

KESALAHAN MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI COSINUS

Yayan Eryk Setiawan¹

¹Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Islam Malang
E-mail: yayaneryksetiawan@unisma.ac.id

DOI: 10.20527/edumat.v10i1.10800

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan mahasiswa semester pertama dalam menggambar grafik fungsi cosinus beserta faktor-faktor penyebabnya. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan pendekatan studi kasus terhadap 7 mahasiswa program studi pendidikan matematika di salah satu perguruan tinggi di kota Malang. Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini berupa hasil pekerjaan mahasiswa dan transkrip hasil wawancara dengan subjek penelitian. Analisis data hasil pekerjaan mahasiswa dilakukan dengan mengklasifikasikan kesalahan berdasarkan jenis-jenis kesalahan. Analisis data transkrip wawancara dilakukan dengan mengodekan kata-kata yang menunjukkan faktor penyebab kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa semester pertama dalam menggambar grafik fungsi cosinus terdiri dari kesalahan konsep, kesalahan prosedur, dan kesalahan fakta. Kesalahan konsep terjadi karena kesalahpahaman terhadap konsep yang berkaitan dengan fungsi cosinus. Kesalahan prosedur terjadi saat menggunakan cara translasi dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Kesalahan fakta dikarenakan kurang memperhatikan informasi yang ada dalam soal.

Kata kunci: trigonometri, grafik fungsi cosinus, kesalahan konsep, kesalahan prosedur, kesalahan fakta.

Abstract: The purpose of this study is to describe the errors of the first semester students in drawing the graph of the cosine function and the factors that cause it. This research method uses qualitative research with a case study approach to 7 students of the mathematics education study program in one of the universities in Malang city. The data collected in this study were in the form of student work and transcripts of interviews with research subjects. Data analysis of student work is done by classifying errors based on the types of errors. Analysis of interview transcript data was carried out by coding words or sentences indicating the factors causing errors in drawing the graph of the cosine function. The results showed that the first semester students' errors in drawing the graph of the cosine function consisted of misconception, procedural errors, and factual errors. Misconception occurs due to a misunderstanding of the concepts related to the cosine function. A procedural error occurred when using the translation method to graph the cosine function. Factual errors are caused by not paying attention to the information contained in the questions.

Keywords: trigonometry, a graph of the cosine function, misconception, procedural error, factual error.

PENDAHULUAN

Sebagai seorang mahasiswa calon guru, maka penting untuk menguasai konsep-konsep yang ada dalam materi trigonometri. Hal ini dikarenakan materi trigonometri dibelajarkan pada jenjang sekolah menengah atas dan merupakan mata kuliah prasyarat untuk mata kuliah analisis vektor, kalkulus, dan persamaan diferensial (Setiawan, 2021a). Materi trigonometri juga banyak memiliki konsep-konsep penting yang diterapkan dalam berbagai bidang (Nabie et al., 2018). Oleh karena itu beberapa peneliti menganggap materi trigonometri ini merupakan materi esensial yang harus dibelajarkan kepada siswa maupun mahasiswa (Kamber & Takaci, 2018; Maknun et al., 2019; Nejad, 2016; Siyepu, 2015; Tuna, 2013a, 2013b; Usman & Hussaini, 2017).

Secara umum, trigonometri merupakan cabang matematika yang mempelajari segitiga (Downing, 2009), dan secara khusus mempelajari tentang fungsi-fungsi trigonometri (Lial et al., 2016). Salah satu materi trigonometri adalah grafik fungsi cosinus. Fungsi cosinus ini merupakan salah satu fungsi sirkular, sehingga grafiknya akan kembali ke bentuk semula dalam periode tertentu. Terdapat tiga cara untuk menggambar grafik fungsi trigonometri ini, yaitu: (1) dengan menentukan koordinat titik, (2) dengan menggunakan amplitudo dan periode, dan (3) dengan menggunakan translasi. Oleh karena itu, agar berhasil dalam menggambar grafik fungsi cosinus, maka mahasiswa harus menguasai ketiga cara tersebut.

Akan tetapi hasil penelitian pendahuluan menunjukkan bahwa dari 82 mahasiswa yang menyelesaikan masalah menggambar grafik fungsi cosinus terdapat 13 mahasiswa tidak menjawab dan 28 mahasiswa mengalami kesalahan. Kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus ini penting untuk dianalisis lebih lanjut. Hal ini dikarenakan

hasil analisis kesalahan dapat digunakan oleh mahasiswa untuk memperbaiki kesalahpahaman mereka (Setiawan, 2020a, 2021a, 2021b), meminimalisir kesalahan mahasiswa (Murtiyasa & Wulandari, 2020). Hasil analisis kesalahan ini juga dapat digunakan oleh dosen maupun guru untuk memperbaiki pembelajaran mereka di kelas (Setiawan, 2020b, 2020c, 2021c) dan meningkatkan komunikasi dalam pembelajaran matematika (Guce, 2017). Dengan demikian, penelitian tentang analisis kesalahan ini penting untuk dilakukan.

Pentingnya analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah trigonometri ini menjadi perhatian penting oleh beberapa peneliti. Penelitian yang telah dilakukan sebelumnya (Hidayat & Aripin, 2020; Imelda, 2018; Jaelani, 2017; Kamber & Takaci, 2018; Nabie et al., 2018; Siyepu, 2015; Tuna, 2013a; Usman & Hussaini, 2017; Setiawan, 2021a, 2021b) tidak membahas mengenai kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Oleh sebab itu masih dibutuhkan penelitian tentang analisis kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

Dengan demikian penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus beserta faktor-faktor penyebabnya. Manfaat teoritis dari hasil penelitian ini adalah untuk mengembangkan teori kesalahan dalam menyelesaikan masalah matematika, yaitu pada masalah menggambar grafik fungsi cosinus. Manfaat praktis dari hasil penelitian ini dapat digunakan oleh mahasiswa untuk memperbaiki kesalahpahamannya dalam menggambar grafik fungsi cosinus dan dapat digunakan oleh guru atau dosen untuk memperbaiki pembelajaran pada materi grafik fungsi cosinus.

METODE

Metode penelitian ini menggunakan penelitian kualitatif dengan pendekatan studi

kasus terhadap 7 mahasiswa program studi pendidikan matematika. Penelitian ini dilaksanakan di salah satu perguruan tinggi di kota Malang. Prosedur pemilihan subjek dalam penelitian ini menggunakan tiga langkah. Langkah pertama adalah meminta 82 mahasiswa untuk menyelesaikan soal Ujian Akhir Semester (UAS) genap tahun akademik 2020/2021 yang salah satu soalnya merupakan masalah menggambar grafik fungsi cosinus (lihat Gambar 1). Langkah kedua adalah mengoreksi jawaban mahasiswa berdasarkan jawaban benar dan salah, sehingga diperoleh 41 mahasiswa menjawab benar, 13 mahasiswa tidak menjawab, dan 28 mahasiswa menjawab salah. Langkah ketiga adalah mengklasifikasikan 28 jawaban mahasiswa yang salah berdasarkan jenis-jenis kesalahan (lihat Tabel 1). Dari hasil klasifikasi kesalahan, diperoleh 7 karakteristik kesalahan yang berbeda. Masing-masing dari 7 karakteristik kesalahan ini diambil 1 mahasiswa sebagai subjek penelitian. Dengan demikian diperoleh 7 subjek penelitian.

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini yaitu hasil pekerjaan subjek dan transkrip hasil wawancara. Prosedur pengumpulan data hasil pekerjaan subjek dilakukan sesuai dengan prosedur pemilihan subjek. Prosedur pengumpulan data transkrip wawancara dilakukan dengan dua langkah. Langkah pertama adalah melakukan wawancara dengan subjek secara daring (dalam jaringan) yaitu melalui *whatsapp* yang direkam dengan menggunakan audio. Langkah kedua adalah mentranskrip hasil wawancara, sehingga diperoleh data yang berupa transkrip hasil wawancara dengan subjek.

Instrumen penelitian ini terdiri dari masalah menggambar grafik fungsi cosinus (lihat Gambar 1) dan pedoman wawancara yang dikembangkan oleh peneliti.

berikut ini dalam satu periode.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & y = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \\ \text{(b)} \quad & y = -\frac{1}{2} \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) \\ \text{(c)} \quad & y = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Gambar 1. Instrumen Penelitian

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa instrumen penelitian tersebut dapat diselesaikan dengan menerapkan pengetahuan konseptual yang berupa amplitudo, periode, koordinat titik, grafik fungsi cosinus, dan translasi. Jika mahasiswa mengalami kesalahan memahami beberapa pengetahuan konseptual tersebut, maka mahasiswa terjebak ke dalam kesalahan konsep. Kesalahan konsep didefinisikan sebagai kesalahan dalam memahami konsep (Setiawan, 2020b). Selain itu, penyelesaian masalah tersebut juga melibatkan pengetahuan prosedural yang berupa langkah-langkah dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Jika mahasiswa mengalami kesalahan dalam menggunakan prosedur menggambar grafik fungsi cosinus, maka mahasiswa terjebak ke dalam kesalahan prosedur. Pada instrumen penelitian juga melibatkan informasi yang harus dipahami oleh mahasiswa. Jika mahasiswa salah dalam memahami informasi, maka mahasiswa mengalami kesalahan fakta. Kesalahan fakta didefinisikan sebagai kesalahan dalam mengidentifikasi informasi yang ada dalam soal atau kesalahan memahami simbol dalam matematika (Muthukrishnan et al., 2019; Oktaviani, 2017). Dengan demikian instrumen penelitian ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

Analisis data yang berupa hasil pekerjaan dilakukan dengan mengklasifikasikan kesalahan ke dalam kesalahan konsep, kesalahan prosedur, dan kesalahan fakta (lihat Tabel 1). Klasifikasi

Gambarlah sketsa grafik fungsi trigonometri

kesalahan ini didasarkan pada materi dan instrumen penelitian ini. Materi dan instrumen penelitian ini menekankan pada penerapan pengetahuan konseptual, pengetahuan prosedural, dan pengetahuan faktual. Oleh karena itu, analisis data hasil pekerjaan mahasiswa dalam penelitian ini diklasifikasikan berdasarkan ketiga jenis kesalahan tersebut.

Analisis data yang berupa transkrip hasil wawancara dilakukan dengan mengodekan kata-kata atau kalimat yang menunjukkan penyebab kesalahan tersebut muncul. Kata-kata atau kalimat yang menunjukkan penyebab kesalahan akan diberi huruf tebal. Dengan demikian faktor-faktor penyebab kesalahan tersebut dapat teridentifikasi.

Tabel 1 Kerangka Kerja Klasifikasi Kesalahan Mahasiswa

No.	Jenis Kesalahan	Indikator-Indikator Kesalahan
1.	Kesalahan Konsep	Kesalahan memahami konsep tentang grafik fungsi cosinus.
2.	Kesalahan Prosedur	Kesalahan menerapkan langkah menggambar grafik fungsi cosinus.
3.	Kesalahan Fakta	Kesalahan mengidentifikasi informasi dalam soal atau kesalahan memahami simbol matematika.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari hasil analisis pekerjaan 82 mahasiswa diperoleh 41 mahasiswa menjawab benar dan 41 mahasiswa menjawab salah dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Dari 41 mahasiswa yang menjawab salah diperoleh 13 mahasiswa

tidak memberikan jawaban dan 28 mahasiswa memberikan jawaban yang salah. Hasil klasifikasi kesalahan dari 28 mahasiswa tersebut dalam menggambar grafik fungsi cosinus yang dapat dilihat dalam Tabel 2.

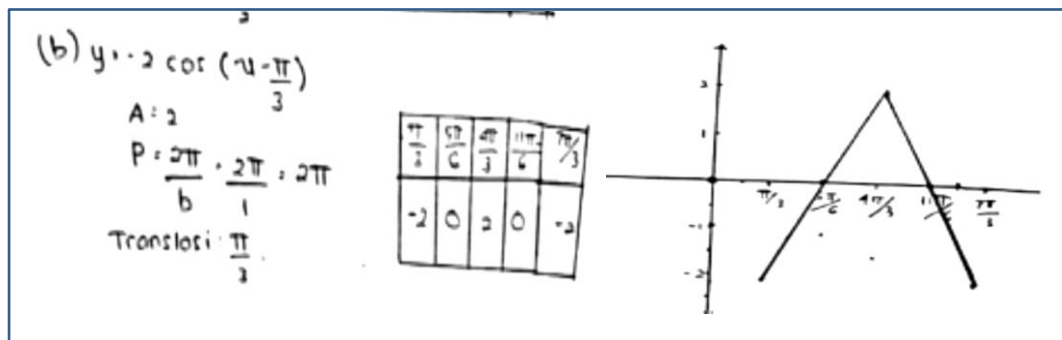
Tabel 2 Hasil Klasifikasi Kesalahan Mahasiswa Dalam Menggambar Grafik Fungsi Cosinus

No.	Jenis Kesalahan	Kesalahan Menggambar Grafik Fungsi Cosinus	Mahasiswa
1.	Kesalahan Konsep	Menggambar grafik fungsi cosinus berupa garis lurus	2
		Kesalahan menentukan periode	1
		Kesalahan menggambar grafik tidak dalam satu periode	16
		Menggunakan skala bilangan pada sumbu x	2
		Kesalahan menentukan interval	5
2.	Kesalahan Prosedur	Tidak melakukan translasi	1
3.	Kesalahan Fakta	Kesalahan menuliskan soal yang diketahui	1
Total Mahasiswa			28

Dari Tabel 2 dapat dilihat bahwa kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus diperoleh 92% mengalami kesalahan konsep, 4% kesalahan prosedural, dan 4% kesalahan fakta. Terdapat 7 karakteristik yang berbeda dari ketiga jenis kesalahan tersebut. Dari masing-masing karakteristik kesalahan ini dipilih satu mahasiswa sebagai subjek penelitian untuk dianalisis lebih lanjut. Hasil analisis dari tujuh subjek penelitian ini dipaparkan sebagai berikut.

Kesalahan Konsep

Kesalahan konsep pertama adalah menggambar grafik fungsi cosinus berupa garis lurus. Dari 2 mahasiswa yang mengalami kesalahan ini dipilih satu mahasiswa sebagai subjek pertama (S1) yang hasil pekerjaannya dapat dilihat dalam Gambar 2.



Gambar 2. Kesalahan Menggambar Grafik Fungsi Cosinus Dalam Bentuk Garis Lurus

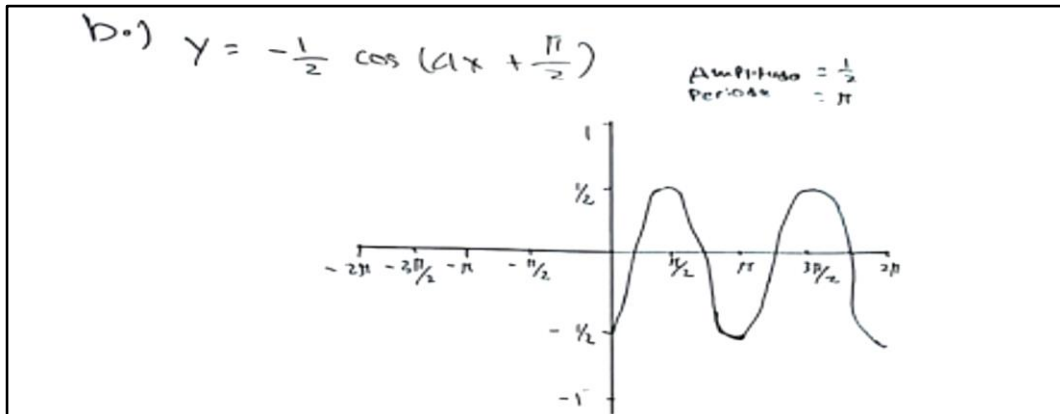
Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa subjek menggunakan cara translasi, yaitu dengan menggeser grafik fungsi $y = -2 \cos x$ ke kanan sejauh $\pi/3$. Akan tetapi subjek mengalami kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus dengan menggunakan garis lurus. Cuplikan transkrip wawancara berikut menunjukkan faktor penyebab kesalahan ini.

- P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?*
- S1 : Pertama saya tentukan nilai Amplitudonya, yaitu 2 kemudian saya tentukan periodenya, yaitu 2π . Karena nilai $x = \frac{\pi}{3}$, maka artinya nilai x digeser ke kanan sejauh $\frac{\pi}{3}$, kemudian saya substitusikan nilai x pada interval $\frac{\pi}{3}$ sampai $\frac{2\pi}{3}$, sehingga diperoleh nilai-nilai y .*
- P : Mengapa Anda menggunakan garis lurus?*
- S1 : Karena nilai y yang ditemukan yaitu -2, 0, 2, 0, dan -2, sehingga saya*

hubungkan titik-titik tersebut dengan menggunakan garis lurus.

Dari transkrip wawancara dapat diketahui bahwa faktor penyebab subjek menggambar grafik fungsi cosinus dengan menggunakan garis lurus adalah subjek secara langsung menghubungkan titik-titik koordinat dengan garis lurus, tanpa menganalisis kembali bahwa fungsi cosinus merupakan fungsi sirkular yang grafiknya berbentuk gelombang yang berasal dari lingkaran.

Kesalahan konsep yang kedua adalah kesalahan dalam menentukan periode dari persamaan fungsi $y = a \cos(bx \pm c)$. Terdapat 1 mahasiswa mengalami kesalahan ini yang untuk selanjutnya dipilih sebagai subjek kedua (S2). Gambar 3 menunjukkan hasil pekerjaan S2.



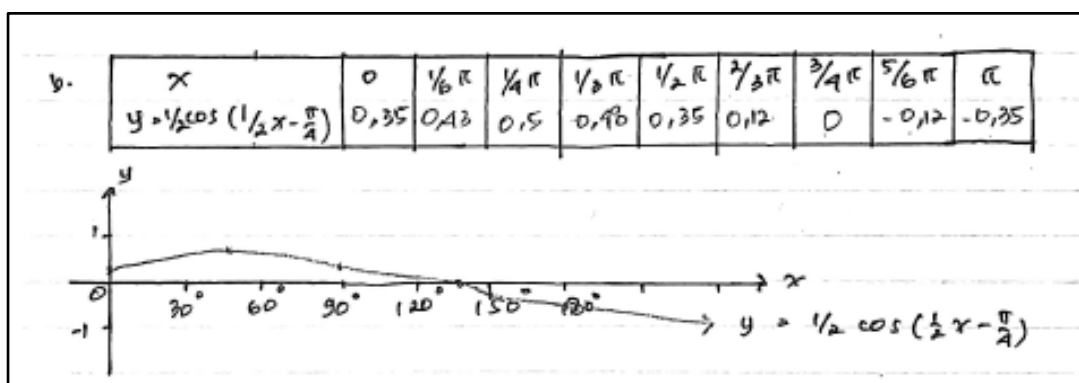
Gambar 3. Kesalahan Menentukan Periode dari Fungsi Cosinus

Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa subjek menggunakan periode untuk menggambar grafik fungsi cosinus. Akan tetapi subjek mengalami kesalahan dalam menentukan periode, yaitu periodenya adalah π . Penyebab kesalahan ini dapat diketahui dari cuplikan transkrip wawancara sebagai berikut.

- P : Mengapa Anda menuliskan periodenya sama dengan π ?
- S2 : Karena **periode itu panjang satu gelombang, panjang satu gelombang adalah π .**

Dari transkrip wawancara dapat diketahui bahwa faktor penyebab subjek mengalami kesalahan menentukan nilai periode dari fungsi cosinus adalah kesalahpahaman terhadap periode dari fungsi cosinus. Dimana subjek memahami periode dari fungsi cosinus adalah π .

Kesalahan konsep yang ketiga adalah kesalahan dalam menggambar grafik tidak dalam satu periode. Dari 16 mahasiswa yang mengalami kesalahan ini dipilih satu mahasiswa sebagai subjek ketiga (S3). Hasil pekerjaannya dapat dilihat dalam Gambar 4.



Gambar 4. Kesalahan Menggambar Grafik Tidak dalam Satu Periode

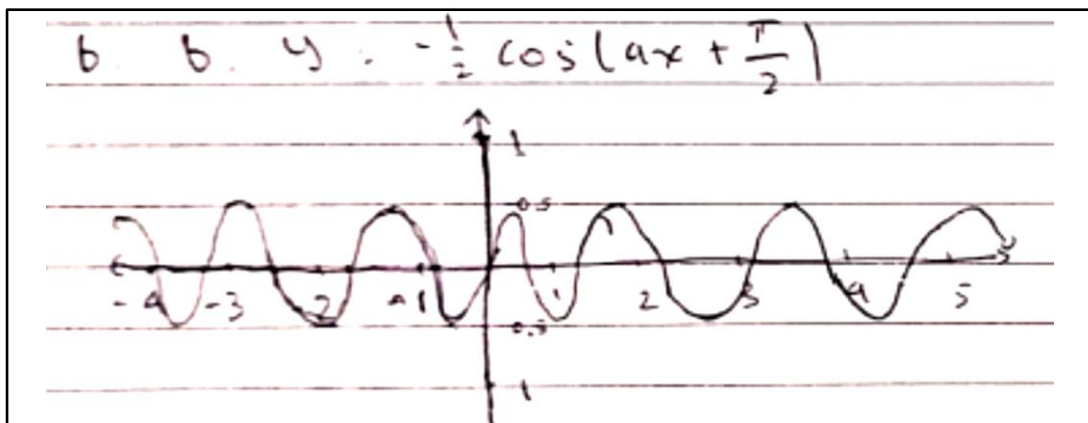
Dari Gambar 4 dapat dilihat bahwa subjek menggunakan koordinat titik dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Akan tetapi koordinat titik yang digunakan hanya sampai pada nilai π . Oleh karena itu subjek

mengalami kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus yaitu tidak dalam satu periode. Faktor penyebab dari kesalahan ini dapat diketahui dari cuplikan transkrip wawancara berikut.

- P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?
- S3 : Saya **mencari titik-titik koordinat terlebih dahulu**, kemudian dari titik-titik koordinat tersebut saya hubungkan dengan menggunakan garis lengkung.
- P : Bagaimana Anda memperoleh titik-titik koordinat tersebut?
- S3 : Saya **menggunakan kalkulator**.
- P : Mengapa Anda tidak mencari semua titik-titik koordinat, sehingga membentuk grafik dalam satu periode?
- S3 : **Cara tersebut terlalu panjang Pak, sehingga saya hanya membatasi sampai nilai π**

Dari cuplikan transkrip wawancara dapat diketahui bahwa faktor penyebab kesalahan subjek dalam menggambar grafik fungsi cosinus yang tidak dalam satu periode adalah menggunakan cara menentukan titik-titik koordinat yang membutuhkan cara yang lebih panjang, sehingga subjek hanya membatasi sampai pada nilai π .

Kesalahan konsep yang keempat adalah menggunakan satuan bilangan asli pada skala sumbu x. Terdapat 2 mahasiswa yang mengalami kesalahan ini yang selanjutnya dipilih satu mahasiswa sebagai subjek keempat (S4) yang hasil pekerjaannya dapat dilihat dalam Gambar 5.



Gambar 5. Kesalahan Menggunakan Satuan Bilangan Pada Sumbu x

Dari Gambar 5 dapat dilihat bahwa satuan yang digunakan oleh mahasiswa dalam sumbu-x adalah bilangan asli. Satuan yang benar adalah bisa berupa derajat atau π radian. Oleh karena itu subjek mengalami kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Faktor penyebabnya dapat diketahui dari cuplikan transkrip wawancara.

- P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?
- S4 : **Saya menggunakan aplikasi**

geogebra Pak.

- P : Mengapa Anda menuliskan skala pada sumbu-x dengan bilangan 1, 2, 3, dan seterusnya?
- S4 : **Karena pada geogebra tertulis seperti itu Pak, sehingga saya menggambarinya seperti itu.**

Dari cuplikan transkrip wawancara dapat diketahui bahwa subjek menggunakan aplikasi geogebra dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Akan tetapi subjek tidak mengubah skala pada sumbu-x dengan satuan derajat atau satuan radian.

Akibatnya, subjek salah dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Ini artinya, faktor penyebab kesalahan ini adalah subjek secara langsung menggambar grafik fungsi cosinus dari aplikasi geogebra, tanpa mengganti satuan dari sumbu- x dalam bentuk derajat atau radian.

Kesalahan konsep yang kelima adalah kesalahan dalam menentukan interval dari nilai x . Dari kelima mahasiswa yang mengalami kesalahan ini dipilih satu mahasiswa sebagai subjek kelima (S5). Hasil pekerjaan subjek kelima dapat dilihat dalam Gambar 6.

$$\begin{aligned}
 & \text{b. } y = -\frac{1}{2} \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) \\
 & 0 \leq 4x + \frac{\pi}{2} \leq 2\pi \\
 & -\frac{\pi}{2} \leq 4x \leq \frac{3\pi}{2} \\
 & -\frac{4\pi}{2} \leq x \leq \frac{12\pi}{2} \\
 & -\frac{4\pi}{2} \quad \frac{6\pi}{2} \quad \frac{8\pi}{2} \quad \frac{10\pi}{2} \quad \frac{12\pi}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 6. Kesalahan Menentukan Interval Periode

Dari Gambar 6 dapat dilihat bahwa subjek menggunakan interval untuk menggambar grafik fungsi cosinus. Akan tetapi subjek mengalami kesalahan dalam menentukan interval, sehingga subjek mengalami kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Cuplikan transkrip wawancara berikut menunjukkan penyebab kesalahan tersebut.

P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?

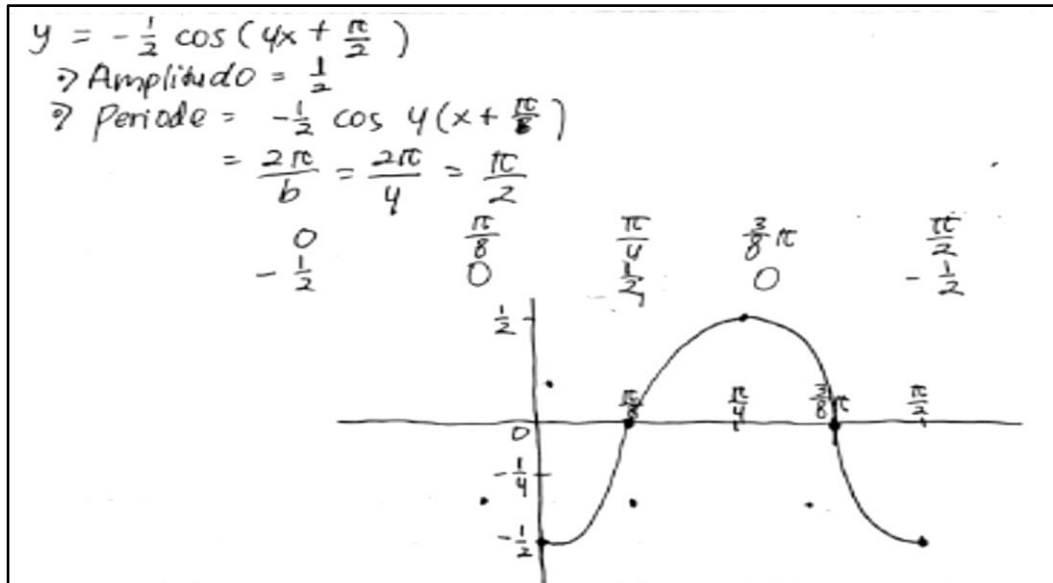
S5 : Pertama saya mencari interval dari nilai x terlebih dahulu, kemudian saya tentukan titik-titik koordinat dengan menggunakan nilai x yang ada dalam interval tersebut. Tetapi saya salah dalam menentukan interval tersebut Pak, seharusnya adalah $-\frac{1}{8}\pi \leq x \leq \frac{3}{8}\pi$. **Saya**

kurang teliti.

Dari cuplikan wawancara dapat diketahui bahwa faktor penyebab subjek mengalami kesalahan dalam menentukan interval adalah subjek kurang berhati-hati dalam menggunakan konsep kesetaraan untuk mencari nilai x , akibatnya subjek mengalami kesalahan dalam menentukan interval dari nilai x .

Kesalahan Prosedur

Kesalahan prosedur dalam menggambar grafik fungsi cosinus adalah tidak melakukan translasi dari grafik yang digambar saat menggunakan cara translasi. Terdapat 1 mahasiswa yang selanjutnya dipilih sebagai subjek keenam (S6). Hasil pekerjaan S6 dapat dilihat dalam Gambar 7.



Gambar 7. Kesalahan Tidak Melakukan Translasi

Gambar 7 menunjukkan bahwa subjek menggunakan cara translasi dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Akan tetapi subjek hanya menggambar grafik fungsi $y = -\frac{1}{2} \cos 4x$ dan tidak mentranslasikan grafik tersebut dengan menggeser ke kiri sejauh $\pi/2$. Oleh karena itu subjek mengalami kesalahan dalam menggambar grafik fungsi $y = -\frac{1}{2} \cos \left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$. Faktor penyebab kesalahan ini dapat diketahui dari cuplikan transkrip wawancara berikut.

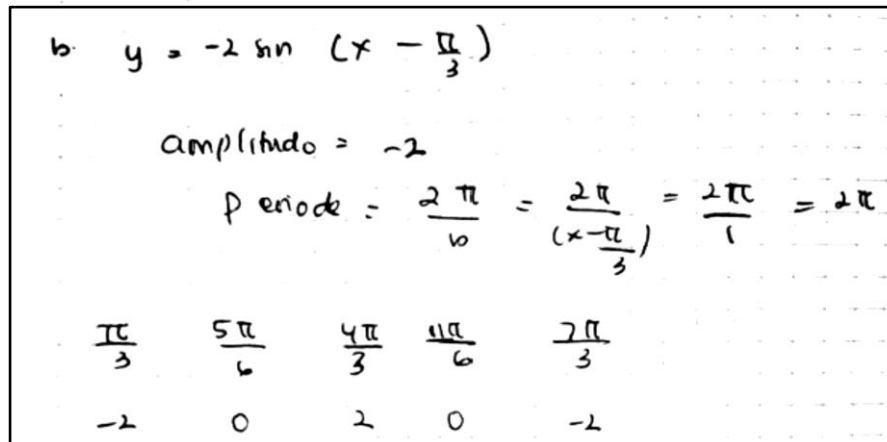
- P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?
- S6 : Pertama saya menentukan Amplitudonya yaitu $\frac{1}{2}$, kemudian saya tentukan periodenya, yaitu $\pi/2$. Dari periode ini saya tentukan titik koordinat, yaitu antara 0 sampai $\pi/2$ **disubstitusikan ke bentuk**

$y = -\frac{1}{2} \cos 4x$, sehingga diperoleh titik koordinat dan saya menggambar grafiknya.

Dari cuplikan wawancara dapat diketahui bahwa penyebab subjek melakukan kesalahan ini yaitu subjek tidak menganalisis lebih lanjut bahwa grafik dari fungsi cosinus tersebut seharusnya di geser ke kiri sejauh $\pi/2$.

Kesalahan Fakta

Kesalahan ketiga yang dialami oleh mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus adalah kesalahan fakta. Terdapat 1 mahasiswa yang mengalami kesalahan fakta ini yang selanjutnya dipilih sebagai subjek ketujuh (S7). Hasil pekerjaan S7 dapat dilihat dalam Gambar 8.



Gambar 8. Kesalahan Menuliskan Soal

Gambar 8 memperlihatkan bahwa subjek mengalami kesalahan dalam menuliskan soal, yaitu $y = -2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$. Penyebab kesalahan ini dapat diketahui dari cuplikan wawancara berikut.

- P : Coba jelaskan cara Anda dalam menggambar grafik tersebut?*
S7 : Mohon maaf Pak, saya salah dalam menuliskan soalnya, karena saya kurang memperhatikan soal dan tergesah-gesah.

Dari cuplikan transkrip wawancara dapat diketahui bahwa penyebab subjek mengalami kesalahan dalam menuliskan soal kembali yaitu karena kurang teliti dan tergesah-gesah dalam menyelesaikan masalah. Maka akibatnya subjek mengalami kesalahan fakta.

Dari hasil penelitian yang sudah dipaparkan tersebut, dapat diperoleh deskripsi kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus beserta faktor-faktor penyebabnya (lihat Tabel 3).

Tabel 3 Deskripsi Kesalahan Menggambar Grafik Fungsi Cosinus dan Faktor Penyebabnya

Jenis Kesalahan	Deskripsi Kesalahan	Faktor Penyebabnya
Kesalahan Konsep	Kesalahan konsep dalam menggambar grafik fungsi cosinus berbentuk $y = a \cos(bx \pm c)$ terdiri dari: (1) menggambar grafik dalam bentuk garis lurus, (2) kesalahan menentukan periode, (3) kesalahan tidak menggambar dalam satu periode, (4) kesalahan menggunakan skala pada sumbu x , dan (5) kesalahan dalam menentukan interval dari nilai x .	Faktor penyebab dari masing-masing kesalahan konsep ini yaitu: (1) secara langsung menghubungkan titik-titik koordinat dengan menggunakan garis lurus, tanpa menganalisis bahwa grafik fungsi cosinus merupakan fungsi melingkar, (2) kesalahpahaman bahwa periode dari fungsi cosinus adalah π , (3) menentukan titik-titik koordinat yang membutuhkan cara lebih panjang, (4) langsung menggambar grafik fungsi dari aplikasi geogebra tanpa mengubah skala pada sumbu- x dalam bentuk derajat atau radian, dan (5) kesalahan dalam menerapkan konsep kesetaraan.
Kesalahan Prosedur	Kesalahan prosedur dalam menggambar grafik fungsi cosinus	Faktor penyebab dari kesalahan prosedur ini adalah tidak menganalisis lebih lanjut, bahwa grafik seharusnya

Jenis Kesalahan	Deskripsi Kesalahan	Faktor Penyebabnya
	bentuk $y = a \cos(bx \pm c)$ adalah tidak melakukan translasi dari grafik $y = a \cos bx$.	digeser.
Kesalahan Fakta	Kesalahan fakta dalam menggambar grafik fungsi cosinus bentuk $y = a \cos(bx \pm c)$ adalah kesalahan dalam mengidentifikasi soal.	Faktor penyebab kesalahan fakta ini adalah subjek kurang teliti dan tergesa-gesa dalam menyelesaikan masalah.

Kontribusi dari hasil penelitian ini yaitu mengembangkan teori kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika, yaitu pada materi grafik fungsi cosinus. Hasil penelitian ini sesuai dengan hasil penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa mahasiswa juga mengalami kesalahan konsep, prinsip, prosedur, dan fakta dalam menyelesaikan masalah trigonometri (Hidayat & Aripin, 2020; Imelda, 2018; Jaelani, 2017; Mustangin & Setiawan, 2021; Nabie et al., 2018; Nejad, 2016; Setiawan, 2021b, 2021a). Akan tetapi hasil penelitian ini mengembangkan hasil penelitian sebelumnya dengan menjelaskan kesalahan mahasiswa semester pertama dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

Kesalahan pertama dalam menggambar grafik fungsi cosinus adalah kesalahan konsep. Hasil penelitian sebelumnya hanya menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesalahan menggambar grafik yang berupa garis lurus (Jaelani, 2017). Penelitian ini memperluas hasil penelitian sebelumnya dengan menambahkan kesalahan konsep yang dilakukan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Kesalahan konsep ini muncul karena kesalahpahaman subjek terhadap beberapa konsep yang berkaitan dengan grafik fungsi cosinus, yaitu: (1) kesalahpahaman terhadap grafik fungsi cosinus, (2) kesalahpahaman terhadap periode, (3) kesalahpahaman terhadap skala pada sumbu- x , dan (4) kesalahan dalam menerapkan konsep kesetaraan.

Hasil penelitian sebelumnya juga menunjukkan bahwa mahasiswa calon guru masih memiliki pemahaman konsep yang rendah dalam mata kuliah trigonometri (Mustangin & Setiawan, 2021; Nabie et al., 2018). Bahkan mahasiswa calon guru menganggap mata kuliah trigonometri ini merupakan mata kuliah yang sulit (Nabie et al., 2018).

Kesalahan kedua dalam menggambar grafik fungsi cosinus adalah kesalahan prosedur. Terdapat tiga cara dalam menggambar grafik fungsi cosinus, yaitu menggunakan koordinat titik, menggunakan periode, dan menggunakan translasi (Lial et al., 2016). Kesalahan prosedur muncul saat mahasiswa menggunakan cara translasi, dimana mahasiswa tidak melakukan translasi dari grafik fungsi cosinus. Oleh karena itu, penggunaan translasi harus diperhatikan dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

Kesalahan ketiga adalah kesalahan fakta, yaitu kesalahan dalam mengidentifikasi informasi dalam soal yang disebabkan kurang teliti dalam memperhatikan soal. Berbagai hasil penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa siswa maupun mahasiswa mengalami kesalahan fakta disebabkan kurang ketelitian dalam mengidentifikasi informasi yang ada dalam soal (Setiawan, 2020c, 2021a, 2021b). Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa siswa yang berhasil dalam menyelesaikan tugas adalah siswa yang memiliki ketelitian yang tinggi (Hästö et al., 2019; Setiawan, 2020b), hal ini

dikarenakan siswa tersebut dapat memilih strategi yang tepat dalam menyelesaikan masalah (Setiawan, 2020d; Setiawan et al., 2020; Setiawan & Mustangin, 2020). Oleh karena itu ketelitian juga dibutuhkan dalam menyelesaikan soal.

Hasil penelitian ini berimplikasi pada pembelajaran grafik fungsi cosinus yang bertujuan untuk mengurangi kesalahan mahasiswa atau siswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Pertama adalah untuk mengurangi kesalahan konsep dilakukan dengan menekankan konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menggambar grafik fungsi cosinus, yaitu: (1) grafik fungsi cosinus berbentuk melingkar atau disebut juga sebagai fungsi sirkular, (2) periode dari grafik fungsi cosinus $y = a \cos bx$ adalah $2\pi/b$, (3) skala pada sumbu- x adalah berupa satuan radian atau derajat, dan (4) cara mencari interval nilai x . Melalui penguasaan keempat konsep ini, diharapkan siswa atau mahasiswa dapat mengurangi kesalahan konsep dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

Kedua adalah untuk mengurangi kesalahan prosedur yaitu membelajarkan tiga cara dalam menggambar grafik fungsi cosinus, yaitu: (1) dengan cara mencari titik-titik koordinat, (2) dengan cara menentukan amplitudo dan periode, dan (3) dengan cara translasi. Dan untuk mengurangi kesalahan fakta adalah dengan melakukan ketelitian terhadap informasi yang ada dalam soal, ketelitian terhadap prosedur penyelesaian, dan juga ketelitian terhadap hasil akhir dari penyelesaian masalah matematika. Dengan demikian diharapkan siswa maupun mahasiswa dapat mengurangi kesalahan prosedur dan kesalahan fakta.

PENUTUP

Kesalahan dalam menggambar grafik fungsi cosinus terdiri dari kesalahan konsep, kesalahan prosedur, dan kesalahan fakta. Kesalahan konsep dalam

menggambar grafik fungsi cosinus terdiri dari: kesalahan menggambar grafik fungsi cosinus dalam bentuk garis lurus, kesalahan menentukan periode, kesalahan menentukan satuan skala dari sumbu- x , kesalahan menentukan interval dari nilai x , dan kesalahan menggambar grafik fungsi cosinus yang tidak dalam satu periode. Penyebab utama kesalahan konsep ini adalah kesalahpahaman terhadap konsep-konsep yang berkaitan dengan grafik fungsi cosinus. Kesalahan kedua adalah kesalahan prosedur dalam menggunakan cara translasi untuk menggambar grafik fungsi cosinus. Dan kesalahan fakta yaitu kesalahan dalam menuliskan soal kembali yang disebabkan kurang teliti dalam mengidentifikasi informasi dalam soal.

Penelitian ini hanya terbatas pada materi grafik fungsi cosinus. Oleh karena itu, penelitian lanjutan yang dapat dilakukan adalah mengidentifikasi kesalahan-kesalahan mahasiswa maupun siswa pada materi grafik fungsi sin, tan, csc, sec, dan cot. Selain itu, berdasarkan hasil penelitian ini, hendaknya guru atau dosen menekankan pada konsep-konsep yang berkaitan dengan grafik fungsi cosinus dan juga membelajarkan berbagai prosedur dalam menggambar grafik fungsi cosinus. Dengan demikian diharapkan dapat mengurangi kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa maupun mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi cosinus.

DAFTAR RUJUKAN

- Downing, D. (2009). Dictionary of Mathematics Terms. In *Barron's Educational Series, Inc.* (Third Edit). Barron's Educational Series, Inc. <https://doi.org/10.2307/3614426>
- Guce, I. K. (2017). Mathematical Writing Errors in Expository Writings of College Mathematics Students. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 6(3), 233. <https://doi.org/10.11591/ijere.v6i3.8549>

- Hästö, P., Palkki, R., Tuomela, D., & Star, J. R. (2019). Relationship between mathematical fluency and success in national examinations. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 7(1), 1–13.
- Hidayat, W., & Aripin, U. (2020). Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa Pada Mata Kuliah Trigonometri Berdasarkan Dimensi Pengetahuan Krathwohl. *Jurnal Nasional Pendidikan Matematika*, 4(1), 142–153.
- Imelda. (2018). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah Pada Mata Kuliah Aljabar dan Trigonometri. *Journal of Mathematics Education and Science*, 4(1), 49–56.
- Jaelani, A. (2017). Kesalahan jawaban tes trigonometri mahasiswa pendidikan matematika semester pertama. *Journal of Mathematics Education*, 3(2), 1–13.
- Kamber, D., & Takaci, D. (2018). On problematic aspects in learning trigonometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 161–175. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1357846>
- Lial, M. L., Hornsby, J., Schneider, D. I., & Daniels, C. J. (2016). *Trigonometry* (11th ed.). New York: Pearson.
- Maknun, C. L., Rosjanuardi, R., & Jupri, A. (2019). From ratios of right triangle to unit circle: An introduction to trigonometric functions. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(2). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/2/022124>
- Murtiyasa, B., & Wulandari, V. (2020). Analisis Kesalahan Siswa Materi Bilangan Pecahan Berdasarkan Teori Newman. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(3), 713–726. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i3.2795>
- Mustangin, & Setiawan, Y. E. (2021). Pemahaman Konsep Mahasiswa Semester Satu pada Mata Kuliah Trigonometri. *Jurnal Elemen*, 7(1), 98–116. <https://doi.org/10.29408/jel.v7i1.2773>
- Muthukrishnan, P., Kee, M. S., & Sidhu, G. K. (2019). Addition error patterns among the preschool children. *International Journal of Instruction*, 12(2), 115–132. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.1228a>
- Nabie, M. J., Akayuure, P., Ibrahim-Bariham, U. A., & Sofo, S. (2018). Trigonometric concepts: Pre-service teachers' perceptions and knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 169–182. <https://doi.org/10.22342/jme.9.2.5261.169-182>
- Nejad, M. J. (2016). Undergraduate Students' Perception of Transformation of Sinusoidal Functions. In M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil, & J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 589–596). The University of Arizona.
- Oktaviani, M. (2017). Analysis of students' error in doing mathematics problem on proportion. *Proceedings Of the 2nd Asian Education Symposium (AES 2017), March*, 172–177. <https://doi.org/10.5220/0007300601720177>
- Setiawan, Y. E. (2020a). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menggeneralisasi Pola Linier. *Jurnal Nasional Pendidikan Matematika*, 4(2), 180–194. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.33603/jnpm.v4i2.3386>
- Setiawan, Y. E. (2020b). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menilai Kebenaran Suatu Pernyataan. *Jurnal Didaktik Matematika*, 7(1), 13–31. <https://doi.org/10.24815/jdm.v7i1.14495>
- Setiawan, Y. E. (2020c). Proses Berpikir Siswa dalam Memperbaiki Kesalahan Generalisasi Pola Linier. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(3), 371–382. <https://doi.org/10.31980/>

- mosharafa.v9i3.751
- Setiawan, Y. E. (2020d). The Thinking Process of Students Using Trial and Error Strategies in Generalizing Linear Patterns. *Numerical: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 4(1), 1–12. <https://doi.org/10.25217/numerical.v4i1.839>
- Setiawan, Y. E. (2021a). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester Pertama dalam Menentukan Nilai Fungsi Trigonometri Sudut Istimewa. *Supremum Journal of Mathematics Education*, 5(1), 110–121. <https://doi.org/10.35706/sjme.v5i1.4531>
- Setiawan, Y. E. (2021b). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester Pertama dalam Menentukan Nilai Fungsi Trigonometri Sudut Kuadran. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 321–334. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i1.413>
- Setiawan, Y. E. (2021c). Kesalahan Mahasiswa Semester Pertama dalam Menyelesaikan Masalah Fungsi Trigonometri Sudut Tidak Lancip. *Aksioma: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(2), 599–614. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i2.3458>
- Setiawan, Y. E., & Mustangin. (2020). Kepraktisan Model Pembelajaran IDEA (Issue, Discussion, Establish, and Apply) dalam Pembelajaran Matematika. *Aksioma: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(3), 776–788. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i3.2917>
- Setiawan, Y. E., Purwanto, Parta, I. N., & Sisworo. (2020). Generalization Strategy of Linear Patterns From Field-Dependent Cognitive Style. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 77–94. <http://doi.org/10.22342/jme.11.1.9134.77-94>
- Siyepu, S. W. (2015). Analysis of errors in derivatives of trigonometric functions. *International Journal of STEM Education*, 2(1), 1–16. <https://doi.org/10.1186/s40594-015-0029-5>
- Tuna, A. (2013a). A Conceptual Analysis of the Knowledge of Prospective Mathematics Teachers about Degree and Radian. *Word Journal of Education*, 3(4), 1–9. <https://doi.org/10.5430/wje.v3n4p1>
- Tuna, A. (2013b). The influence of the 5E model on the elimination of misconceptions on the subject of trigonometry. *International Journal of Academic Research*, 5(3), 14–21. <https://doi.org/10.7813/2075-4124.2013/5-3/a.3>
- Usman, M. H., & Hussaini, M. M. (2017). Analysis of Students' Error in Learning of Trigonometry Among Senior Secondary School Students in Zaria Metropolis, Nigeria. *IOSR Journal of Mathematics*, 13(02), 01–04. <https://doi.org/10.9790/5728-1302040104>