EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika *ISSN: 2338-2759 (print)*
https://ppjp.ulm.ac.id/journal/index.php/edumat *ISSN: 2597-9051 (online)*

ANALISIS KESALAHAN SISWA DALAM MENGGENERALISASI POLA BERDASARKAN TAKSONOMI GENERALISASI

Eny Suryowati[1], Lia Budi Tristanti[2]

[1,2]STKIP PGRI Jombang
E-mail: enysuryowati@gmail.com, btlia@rocketmail.com

DOI: 10.20527/edumat.v10i1.11250

Abstrak: Ketrampilan dalam belajar matematika salah satunya adalah generalisasi. Tujuan penelitian ini yaitu mendeskripsikan kesalahan yang dilakukan siswa dalam generalisasi pola bilangan. Proses generalisasi pada penelitian ini berdasarkan taksonomi generalisasi yaitu aksi *relating*, *searching* dan *extending* serta generalisasi refleksi berupa pernyataan tertulis dan lisan dari subjek. Proses penentuan subjek penelitian dimulai dari pemberian soal tentang pola bilangan kepada semua siswa kelas VIIIC MTsN 4 Denanyar Jombang sebanyak 35 siswa. Ada 31 siswa yang melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal tentang pola. Terdapat 27 siswa melakukan kesalahan dalam menentukan banyaknya persegi pada model ke n, ini yang menjadi calon subjek dan dipilih 2 siswa untuk menjadi subjek penelitian berdasarkan strategi yang digunakan pada aksi relating dan searching. Empat siswa mengalami kesalahan dari awal menentukan banyaknya persegi pada model yang ditentukan, ini tidak menjadi subjek penelitian karena subjek tidak melakukan salah satu aksi generalisasi dengan benar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek pertama melakukan kesalahan dalam aksi extending yaitu subjek tidak dapat memperluas jangkauan penerapan. Subjek kedua juga mengalami kesalahan dalam aksi extending yaitu subjek tidak memahami tentang pola ke n sehingga tidak dapat memperluas jangkauan penerapan. Kedua subjek melakukan kesalahan overspesialisasi, ini terjadi karena terbatasnya persepsi dari siswa tentang situasi pada masalah sehingga dapat menyebabkan siswa menggunakan strategi yang tidak efisien atau kesalahan generalisasi.

Kata kunci: kesalahan, aksi generalisasi, pola bilangan

Abstract: *One of the skills in learning mathematics is generalization. The purpose of this study is to describe the errors made by students in generalizing number patterns. The generalization process in this study is based on the generalization taxonomy, namely relating, searching and extending actions and generalizing reflections in the form of written and oral statements from the subject. The process of determining the research subjects started from giving questions about number patterns to all students of class VIIIC MTsN 4 Denanyar Jombang as many as 35 students. There were 31 students who made mistakes in working on questions about patterns. There were 27 students who made an error in determining the number of squares in the nth model, these were the prospective subjects and 2 students were selected to be research subjects based on the strategies used in relating and searching. Four students experienced an error from the beginning in determining the number of squares in the*

specified model, this was not the subject of the study because the subject did not perform any of the generalization actions correctly. The results showed that the first subject made an error in the extending action, namely the subject could not expand the range of application. The second subject also experienced an error in the extending action, namely the subject did not understand the nth pattern so he could not expand the range of application. Both subjects made an overspecialization error, this happened because of the limited perception of students about the situation in the problem so that it could cause students to use inefficient strategies or generalization error

***Keywords**: error, generalization action, number pattern*

PENDAHULUAN

Standar kurikulum dan penelitian dalam pendidikan matematika salah satunya berfokus pada generalisasi (Hashemi dkk, 2013; Tillema dan Gatza, 2017). Salah satu ketrampilan yang harus dikuasai siswa dalam belajar matematika yaitu generalisasi (Chua dan Hoyles, 2014). Sehingga generalisasi merupakan proses penting pada pembelajaran matematika (Hill dkk, 2015). Aksi generalisasi merupakan inti dari aktivitas matematika, karena berfungsi sebagai sarana untuk membangun pengetahuan baru (Ellis dkk, 2017). Materi dalam pembelajaran matematika bisa didukung dengan generalisasi (Setiawan dkk, 2020). Jadi generalisasi merupakan bagian penting dalam belajar matematika. Aktivitas yang termasuk generalisasi antara lain: mengidentifikasi kesamaan pola dengan menguji sebagian kasus khusus, memperluas penalaran di luar kasus-kasus tertentu, mencari hasil yang lebih umum/luas untuk kasus-kasus tertentu (Chua dan Hoyles, 2014).

Generalisasi merupakan suatu proses menemukan dengan refleksi dari beberapa kasus, suatu deskripsi umum yang bisa diterapkan pada semua kasus (Rivera, 2011). Generalisasi matematis yaitu suatu pernyataan yang menunjukkan beberapa sifat atau teknik berlaku untuk suatu himpunan objek matematis atau kondisi yang lebih luas (Carraher dkk, 2008). Generalisasi pada penelitian ini merupakan suatu proses (*relating, searching dan extending*) dalam mencari suatu aturan yang lebih umum dari suatu pola bilangan. Proses tersebut didasarkan pada taksonomi generalisasi yang terdiri dari aksi generalisasi dan generalisasi refleksi (Ellis, 2007).

Ada tiga aksi (aktivitas) pada generalisasi yaitu *relating*, *searching* dan *extending*. Aksi yang termasuk dalam *relating* antara lain menghubungkan suatu situasi (hal ini dilakukan dengan menghubungkan situasi dengan sebelumnya atau membuat yang baru) atau menghubungkan suatu objek (berdasarkan sifatnya atau bentuknya). Aksi yang termasuk *searching* antara lain mencari suatu hubungan yang sama atau mencari suatu prosedur yang sama atau mencari suatu pola yang sama atau mencari hasil yang sama dengan cara tertentu. Aksi yang termasuk *extending* antara lain membuat lebih umum / luas jangkauan penerapan atau melanjutkan pola atau menghilangkan hal yang khusus atau melalui operasi. Sedangkan generalisasi refleksi merupakan suatu pernyataan generalisasi siswa yang dapat berupa pernyataan verbal ataupun pernyataan tertulis (Ellis, 2007).

Pola merupakan barisan suatu bilangan yang suku-sukunya dapat diprediksi/ditentukan (Hourigan dan Leavy, 2015). Pola bilangan merupakan suatu barisan bilangan dengan suatu aturan yang terdefinisi dengan baik untuk menentukan setiap bilangan berdasarkan bilangan sebelumnya atau dari posisi barisannya (Bishop, 2000). Perubahan dari satu suku ke suku berikutnya pada suatu pola bilangan itu bisa diprediksi (Billings dkk, 2007). Suatu pola bilangan dapat disajikan melalui gambar geometris. Pada pola geometris, gambar berikutnya bisa diperoleh dari gambar sebelumnya dengan prosedur yang terdefinisi dengan baik (Bishop, 2000).

Hasil penelitian (Suryowati, 2018) dari lima puluh siswa kelas VIII terdapat dua puluh enam siswa yang bisa mengerjakan soal tentang pola dengan benar. Hal ini menunjukkan bahwa banyak siswa SMP yang tidak dapat melakukan generalisasi. Penelitian Hill dkk (2015) mendeskripsikan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal tentang generalisasi sehingga siswa melakukan kesalahan, kesulitan siswa tersebut antara lain: (a) kesulitan dalam memperhatikan ciri umum di setiap representasi, masalah, dan situasi; (b) kesulitan untuk menerapkan ide-ide matematis untuk representasi, masalah, dan situasi baru.

Kesalahan siswa saat menggeneralisasi dapat dilakukan berdasarkan aksi generalisasi yang terdiri dari relating, searching dan extending (Ellis, 2007). Beberapa indikator kesalahan dalam generalisasi pola bilangan pada penelitian ini yaitu siswa tidak dapat menghubungkan model pola yang diketahui, tidak dapat mencari hubungan yang sama, tidak dapat mencari pola yang sama, tidak dapat memperluas jangkauan penerapan dan tidak dapat melanjutkan pola.

Sangat penting untuk mengetahui apa saja kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal tentang generalisasi pola bilangan. Kemampuan untuk mendiagnosis kesalahan siswa merupakan salah satu kriteria untuk memperoleh wawasan tentang pengetahuan matematika baik guru maupun siswa (Shabanifar dan Konyalioglu, 2013). Tujuan penelitian ini yaitu mendeskripsikan kesalahan yang dilakukan siswa kelas VIII dalam menggeneralisasi pola bilangan.

METODE

Penelitian ini mendeskripsikan kesalahan siswa dalam melakukan generalisasi pola bilangan serta penyebab siswa melakukan kesalahan tersebut. Kesalahan yang dilakukan siswa saat menggeneralisasi pola pada penelitian ini dianalisis berdasarkan aksi generalisasi *relating*, *searching* dan *extending* serta generalisasi refleksi (pernyataan verbal atau pernyataan tertulis). Pendekatan kualitatif yang digunakan pada penelitian ini dengan beberapa cirinya yaitu proses penelitiannya selalu berkembang secara dinamis. Perubahan semua tahapan dalam penelitian mungkin berubah setelah peneliti ke tempat penelitian dan memulai penelitian (Creswell, 2012).

Proses penentuan subjek penelitian dimulai dari pemberian soal matematika tentang pola bilangan kepada semua siswa kelas VIIIC MTsN 4 Denanyar Jombang sebanyak 35 siswa. Berdasarkan jawaban siswa diperoleh bahwa ada 31 siswa yang melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal tentang pola. Terdapat 27 siswa melakukan kesalahan dalam menentukan banyaknya persegi pada model ke n, ini yang menjadi calon subjek dan dipilih 2 siswa untuk menjadi subjek penelitian berdasarkan strategi yang digunakan pada aksi relating dan searching. Empat siswa mengalami

kesalahan dari awal menentukan banyaknya persegi pada model yang ditentukan, ini tidak menjadi subjek penelitian karena subjek tidak melakukan salah satu aksi generalisasi dengan benar. Subjek yang terpilih kemudian diwawancara untuk menggali lebih dalam jawaban siswa. Pertanyaan a untuk menggali aksi relating dan searching sedangkan pertanyaan b untuk menggali aksi extending.

Instrumen yang digunakan pada penelitian ini yaitu instrumen utama dan pendukung. Instrumen utama adalah peneliti dan instrumen pendukung yaitu tugas (soal) tentang generalisasi pola bilangan dan pedoman wawancara. Analisis data yang dilakukan sebagai berikut : peneliti mentrans-kip data verbal/lisan yang didapat dari wawancara terhadap subjek, kemudian dilanjutkan mereduksi data dengan teknik menghilangkan data yang tidak sesuai dengan tujuan agar lebih fokus pada tujuan penelitian, menginterpretasi data yang sudah valid dilanjutkan menarik kesimpulan.

Untuk keabsahan data (triangulasi data) peneliti menggunakan triangulasi metode yaitu dengan membandingkan data subjek dengan metode berbeda. Peneliti membandingkan pekerjaan tertulis dengan hasil wawancara untuk melihat konsistensi data.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil pekerjaan tertulis 35 siswa kelas VIII C MTsN Denanyar Jombang terdapat empat siswa yang mengerjakan soal dengan benar, soal yang diberikan seperti pada gambar 1. Jadi ada 31 siswa yang mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal tentang pola. Terdapat 27 siswa melakukan kesalahan dalam menentukan banyaknya persegi pada model ke n (soal b), ini yang akan menjadi calon subjek dan dipilih 2 siswa untuk menjadi subjek penelitian berdasarkan strategi yang digunakan pada aksi relating dan searching. Terdapat 4 siswa mengalami kesalahan dari awal menentukan banyaknya persegi pada model ke v, ini tidak menjadi subjek penelitian karena subjek tidak melakukan salah satu aksi generalisasi dengan benar (salah semua a dan b). Rekap hasil pekerjaan siswa tersebut seperti pada tabel 1 berikut.

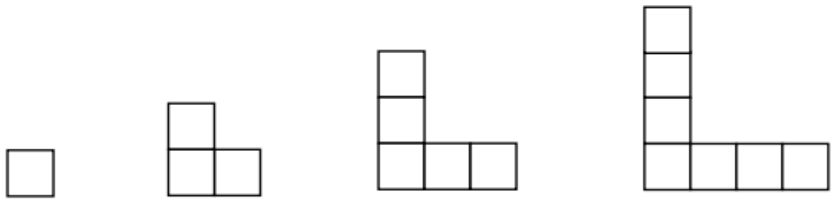
Tabel 1 Rekap Hasil Siswa Dalam Mengerjakan Soal

	Jumlah Siswa
Salah semua (a & b)	4
Salah satu (b saja)	27
Benar semua	4
Total jumlah siswa	35

Berikut hasil analisis data dan pembahasan dari kedua subjek.

Soal Matematika

Perhatikan gambar model (i), (ii), (iii) dan (iv) berikut ini :



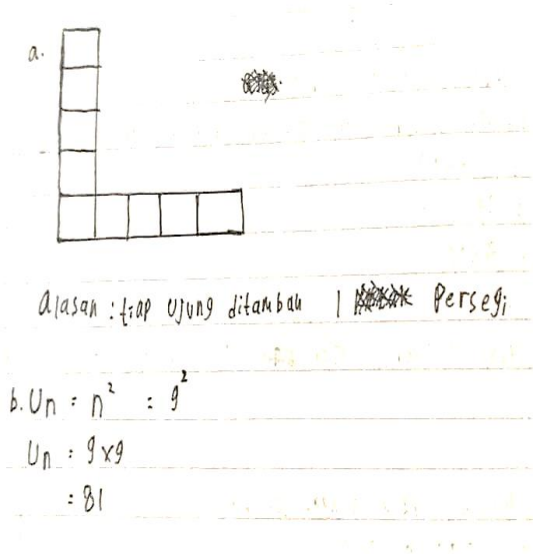
(i) (ii) (iii) (iv)

a. Gambarkan model ke v ! (berikan alasanmu)

b. Berapa banyak persegi pada model ke n !

Gambar 1 soal matematika (pola bilangan)

Kesalahan Subjek 1 (S1)



Gambar 2 Jawaban S1

ISSN: 2338-2759 (print)
ISSN: 2597-9051 (online)

Berikut wawancara dengan S1:

P : bagaimana cara saudara menggambar gambar model ke v ?
S1: Saya lihat dari model 1,2,3 dan 4. Saya hitung banyak persegi pada setiap model, dari setiap model tersebut bertambah 2 persegi. Model 1 ada 1 persegi, model 2 ada 3 persegi maka model 1 ke model 2 bertambah 2 persegi.
P : bertambah 2 seperti apa maksudnya?
S1: bertambah 1 kotak/persegi ke sebelah kanan (ujung kanan) dan di sebelah atas (ujung atas), jadi tiap ujungnya bertambah 1 persegi
P : lalu pertanyaan yang b, berapa banyak persegi pada model ke n ?
S1: ada 81 persegi
P : bagaimana cara menghitungnya ?
S1: n pangkat 2, n nya 9 jadi 9 pangkat 2
P : mengapa n nya 9 ?
S1: 9 karena banyak persegi model ke v ada 9 persegi
P : mengapa dipangkatkan 2?
S1: karena tadi bertambah 2
P : model ke n menurut saudara seperti apa?
S1: model ke n ya model ke v

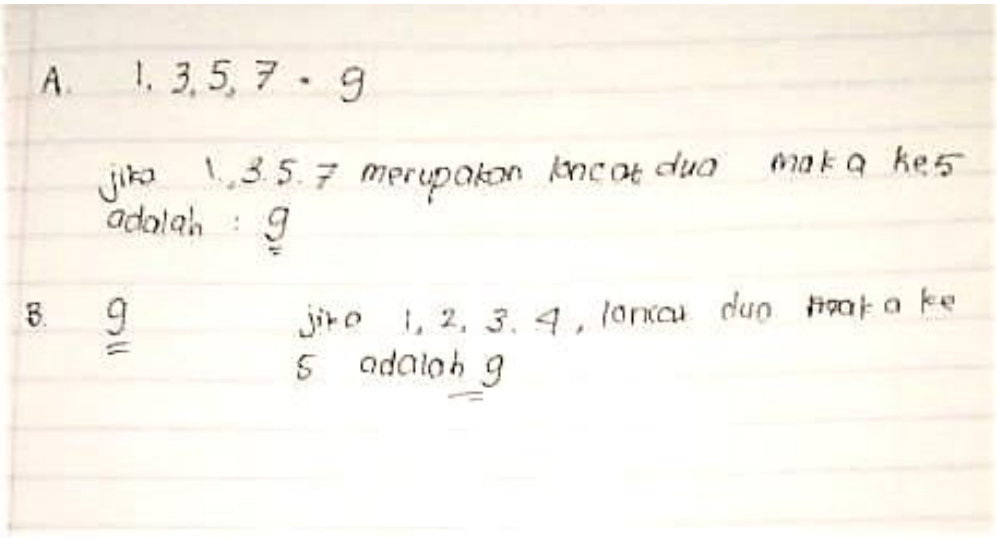
Berdasarkan pekerjaan subjek (gambar 2) dan cuplikan wawancara S1 bahwa subjek melakukan aksi *relating* dengan menghubungkan gambar pada setiap model dengan banyaknya persegi yang ada pada model tersebut. Kemudian pada aksi *searching*, S1 mencari pola yang sama dari model yang ada pada soal. S1 menemukan di setiap model bertambah 2 persegi diujung samping kanan (horizontal) dan ujung atas (vertikal). Subjek menggunakan dapat menentukan gambar pada model ke v. Namun S1 mengalami kesalahan dalam *aksi extending*, subjek tidak memahami tentang pola ke n. S1 tidak dapat memperluas jangkaun penerapan. Generalisasi refleksi S1 berdasarkan pekerjaan tertulis dan pernyataan secara lisan (wawancara).

Kesalahan Subjek 2 (S2)

Berikut wawancara dengan S2

P : bagaimana cara saudara menentukan banyaknya persegi pada model ke v ?
S2: saya menghitung banyak persegi pada setiap model, jadi model 1 ada 1, model 2 ada 3, model 3 ada 5, model 4 ada 7. Setiap model nambah 2 persegi jadi model ke 5 pasti ada 9 perseginya
P : bertambah 2 perseginya itu jika digambar ditaruh mana ?
S2: di bagian mendatar 1 dan yang tegak 1 (sambal menunjuk gambar model ke 4)
P : lalu berapa banyak persegi pada model ke n ?
S2: ya 9
P :bagaimana cara saudara menentukannya?
S2: model ke n ya model ke 5

Berdasarkan pekerjaan subjek (gambar 3) dan cuplikan wawancara S2 bahwa subjek melakukan aksi *relating* dengan dengan menghubungkan gambar pada setiap model dengan banyaknya



Gambar 3 Jawaban S2

Persegi yang terdapat pada model tersebut. Kemudian pada aksi *searching*, S2 mencari pola yang sama dari model yang ada pada soal. Subjek mencari pola yang sama secara numerik, dari pola (1, 3, 5, 7) yang diperoleh dari gambar pada soal. S2 menemukan di setiap model bertambah 2 persegi. Subjek tidak menggambar model ke v tapi dapat menentukan banyaknya persegi pada model ke v tersebut. Namun S2 mengalami kesalahan dalam *aksi extending*, subjek tidak memahami tentang pola ke n. S2 tidak dapat memperluas jangkaun penerapan. Generalisasi refleksi S2 berdasarkan pekerjaan tertulis dan pernyataan secara lisan (wawancara).

Berdasarkan hasil analisis tersebut maka S1 dan S2 menggunakan cara yang tidak tepat untuk menyelesaikan pertanyaan b yang bisa disebut overspesialisasi. Overspesialisasi merupakan prosedur yang diperoleh secara tidak tepat (Ashlock, 2006). S1 tidak memahami maksud suku ke n sedangkan S2 menganggap suku ke n itu suku 5 seperti yang ditanyakan pada soal pertama. Hal ini sesuai dengan pendapat (Lannin dkk, 2006) bahwa terbatasnya persepsi dari siswa tentang situasi masalah yang menyebabkan siswa menggunakan cara yang tidak efisien atau kesalahan generalisasi. Subjek pertama ini mengalami kesulitan menerapkan suatu ide matematis untuk mencari banyaknya persegi pada model ke n. Hal ini sesuai hasil penelitian Hill dkk (2015).

Hasil penelitian Rivera (2015) mendeskripsikan bahwa pada saat menyelesaikan soal tentang generalisasi pola terdapat dua pemrosesan, yaitu pemrosesan berurutan dan pemrosesan selektif. Pemrosesan berurutan dilakukan melalui proses induktif sampai siswa bisa menggeneralisasi pola dengan benar, sedangkan pemrosesan selektif menggunakan tahapan tertentu berdasarkan pola berkembang (Rivera, 2015). Kedua subjek tidak melakukan dua pemrosesan tersebut dengan benar.

Jadi penyebab kesalahan generalisasi pada S1 dan S2 yaitu adanya keterbatasan persepsi tentang suku ke n sehingga tidak dapat memperluas jangkauan dari keteraturan pola yang diperoleh (overspesialisasi). Hal ini penting untuk evaluasi dalam pembelajaran konsep

tentang pola bilangan. Seperti beberapa hasil penelitian menunjukkan bahwa penekanan pemahaman konsep pada pembelajaran matematika merupakan hal penting (Setiawan dan Syaifudin, 2020). Temuan lain dari penelitian ini yaitu meskipun subjek dapat melakukan aksi relating dan searching tetapi subjek tidak dapat melakukan aksi berikutnya yaitu extending dengan benar. Hal ini disebabkan subjek belum memahami pola ke n.

PENUTUP

Berdasarkan dekripsi hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kesalahan yang dilakukan siswa dalam menggeneralisasi pola bilangan yaitu kesalahan overspesialisasi. Subjek melakukan kesalahan yaitu tidak dapat memperluas jangkauan penerapan pola yang sudah diperoleh. Hal ini disebabkan karena keterbatasan persepsi subjek terhadap pola ke n.

Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk mengurangi kesalahan – kesalahan generalisasi pola linier. Untuk menghindari overspesialisasi, guru harus lebih menekankan pemahaman konsep dan istilah pada materi pola bilangan.

DAFTAR RUJUKAN

Ashlock, R. B. (2006). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Improve Instruction* (Ninth Edition). Columbus, Ohio: Pearson Merrill Prentice Hall.

Billings, E. M. H., Tiedt, T. L., & Slater, L. H. (2007). Algebraic Thinking Pictorial Growth Patterns. *Teaching Children Mathematics*, 14(5), 302–308.

Bishop, J. (2000). Linear Geometric Number Patterns: Middle School Students' Strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107–126.

Carraher, David W. Martinez, Mara V. & Schliemann, Analucia D. (2008). Early Algebra and Mathematical Generalization. *ZDM Mathematics Education*, 40, 3-22.

Chua, B. L., & Hoyles, C. (2014). Generalisation of Linear Figural Patterns in Secondary School Mathematics. *The Mathematics Educator*, 15(2), 1–30.

Creswell, J.W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Boston: Pearson Education Inc.

Ellis, A.B. (2007). A Taxonomy for Categorizing Generalizations: Generalizing Actions and Reflection Generalizations. *The Journal of The Learning Sciences*, 16(2), 221–262.

Ellis, A., Tillema, E., Lockwood, E., & Moore, K. (2017). Generalization Across Domains: The Relating-Forming-Extending Generalization Framework. In J. Galindo, E., & Newton (Ed.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 677–684). Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.

Hashemi, N., Abu, M., Kashefi, H., & Rahimi, K. (2013). *Generalization in The Learning of Mathematics*. 2n International seminar on Quality and Affordable Education.

Hill, T., Lannin, J., & Garderen, D. V. (2015). *Promoting and Assessing Mathematical Generalising*. AMPC, 20(4), 3–8.

Hourigan, M., & Leavy, A. (2015). *Geometric Growing Patterns What's the Rule?* APMC, 20(4), 31–40.

Lannin, J., Barker, D., & Townsend, B. (2006). Algebraic Generalisation Strategies: Factors Influencing Student Strategy Selection Prior Research on Generalisation. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3–28.

Rivera, F.D. 2011. *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. New York: Springer.

Rivera, F. (2015). *The Distributed Nature of Pattern Generalization*. *PNA*, *9*(3), 165–191.

Setiawan, Y. E., Purwanto, Parta, I. N., & Sisworo. (2020). Generalization Strategy of Linear Patterns from Field-Dependent Cognitive Style. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 77–94.

Setiawan, Y. E. (2020). The Thinking Process of Students Using Trial and Error Strategies in Generalizing Linear Patterns. *Numerical: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *4*(1), 1–12.

Setiawan, Y. E., & Syaifuddin. (2020). Peningkatan Kompetensi Profesionalitas Guru Melalui Pelatihan Desain Pembelajaran Peta Konsep. *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat*, *26*(3), 148–153.

Shabanifar, S., & Konyalioglu, A. C. (2013). Mathematics Teachers' Approaches to Students' Possible Mistakes in Exponential And Square Root Number. *International Journal of Academic Research*, 5(6), 213–219.

Suryowati, E., Nusantara, T., Irawan, E.B., & Sudirman. (2019). Junior High School Student's Strategy in Partial Formal Correspondence Relationship Generalization. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157 (3).

Tillema, E., & Gatza, A. (2017). The Processes and Products of Students' Generalizing Activity. In E. Galindo & J. Newton (Eds.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp.259–266). Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.