EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika *ISSN: 2338-2759 (print)*
https://ppjp.ulm.ac.id/journal/index.php/edumat *ISSN: 2597-9051 (online)*

DESAIN AKTIVITAS PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBASIS *AUTOMATED REASONING TOOLS* DENGAN GEOGEBRA

Dewa Putu Wiadnyana Putra*[1], Adhi Surya Nugraha[2], Marcellinus Andy Rudhito[3]
[1,2,3]Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta, Indonesia
*Penulis Korespondensi (dewa@usd.ac.id)

DOI: http://dx.doi.org/10.20527/edumat.v11i1.15016
Received : 8 Desember 2022 **Accepted :** 1 April 2023 **Published :** 19 April 2023

Abstrak: Penalaran deduktif aksiomatis merupakan pendekatan yang paling banyak digunakan dalam membuktikan pernyataan-pernyataan geometris. Konsep berpikir abstrak yang masih belum matang menyebabkan terjadinya kekeliruan dalam pembuktian. Teknologi yang berkembang saat ini memberikan jembatan bagi kita untuk memvisualkan konsep-konsep abstrak dalam geometri. Software Geometri Dinamis berpotensi dikembangkan untuk membantu proses penalaran. Otomatisasi merupakan sisi yang dapat dieksplorasi dalam integrasi teknologi untuk proses penalaran. Penelitian ini bertujuan untuk merancang aktivitas pembelajaran geometri dengan mengintegrasikan *Automated Reasoning Tools (ART)* GeoGebra pada topik Segiempat. Penelitian ini merupakan penelitian dan pengembangan dengan mengadopsi model ADDIE. Tahapan yang dilaksanakan dalam penelitian yaitu tahap Analisis, Desain, dan Pengembangan. Kajian Pustaka dilakukan untuk mendesain aktivitas pembelajaran geometri. Hasil penelitian ini adalah desain aktivitas pembelajaran Geometri berbasis ART. Desain aktivitas pembelajaran menggunakan pendekatan *Discovery Learning*. Hasil pengembangan aktivitas pembelajaran yaitu aktivitas pembelajaran terdiri dari empat tahap utama. Tahapan aktivitas pembelajaran yaitu 1) stimulus masalah terbuka, 2) penyusunan konjektur, 3) verifikasi konjektur dengan ART, dan 4) generalisasi.

Kata kunci: Penalaran, ART, Segiempat, Konjektur.

Abstract: *Abstract Axiomatic deductive reasoning is the most widely used approach in proving geometric statements. Concepts of abstract thinking that are still immature lead to errors in proof. Current developing technologies provide a connection for us to visualize abstract concepts in geometry. Dynamic Geometry Software has the potential to be developed to assist the reasoning process. Automation can be explored in the integration of technology for reasoning processes. This study aims to design geometry learning activities by integrating GeoGebra's Automated Reasoning Tools (ART) on the topic of Quadrilaterals. This research is research and development by adopting the ADDIE model. The stages carried out in the research are the Analysis, Design, and Development. Literature Review was conducted to design geometry learning activities. The result of this study is the design of Geometry learning activities with ART. The learning activity approach uses the Discovery Learning. The result of*

This is open access article under the CC-BY-ND license *© 2023 EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*

learning activity development is there are four main stages of these activity. The designed learning activity, namely 1) open-ended problem stimulus, 2) constructing conjectures, 3) verifying conjectures with ART, and 4) generalizing.

***Keywords**: Reasoning, ART, Quadrilateral, Conjectures.*

PENDAHULUAN

Aktivitas penalaran dalam geometri merupakan serangkaian proses berpikir untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan pernyataan-pernyataan geometri secara logis dan sistematis. Aktivitas-aktivitas ini biasanya dilakukan dengan memverifikasi atau membuktikan pernyataan-pernyataan geometri. (Alexander & Koeberlein, 2014; Kovács et al., 2022) menyatakan terdapat 4 macam aktivitas penalaran dalam geometri, yaitu intuisi, induksi, deduksi, dan abduksi. Dalam konteks geometri, pernyataan-pernyataan yang masih bersifat abstrak dapat divisualisasikan dengan menggunakan gambar objek geometri. Visualisasi diharapkan dapat membantu menjebatani konsep abstrak dan proses penalaran yang dilakukan oleh seseorang.

Visualisasi objek atau konsep geometri dapat dilakukan secara manual ataupun berbantuan alat. Perkembangan teknologi memberikan dampak pada pembelajaran geometri, khususnya pada aspek visualisasi. (Hlushak, 2019; Hwang et al., 2021) menguraikan variasi teknologi yang dapat digunakan dalam aktivitas penalaran geometri. Perkembangan teknologi terkini, yaitu pengguna dapat berinteraksi langsung dengan objek-objek geometri yang dikonstruksi. Program seperti ini kemudian dikenal dengan *Software* Geometri Dinamis (SGD). GeoGebra merupakan salah satu SGD yang sudah banyak digunakan dalam visualisasi geometri. Penggunaan GeoGebra dalam aktivitas pembelajaran geometri sudah dilakukan mulai dari tingkat sekolah maupun di perguruan tinggi. GeoGebra sejauh ini digunakan sebagai alat bantu untuk memvisualisasikan objek geometri, menentukan hubungan antar objek geometri, dan menentukan hubungan persamaan aljabar dan objek geometri. Pengguna memanfaatkan GeoGebra untuk menyelesaikan persoalan-persoalan geomtetri yang lebih bersifat prosedural. Sejauh ini, GeoGebra belum banyak digunakan sebagai alat bantu yang dapat mendukung proses penalaran dalam geometri. Fitur-fitur dalam GeoGebra dapat mengakomodasi aktivitas pembelajaran yang dapat mendukung penalaran geometri, seperti menyusun konjektur, menjustifikasi, maupun membantu untuk membuktikan suatu pernyataan geometri. Penggunaan fasilitas dalam SGD untuk membantu proses penalaran dalam geometri dikenal dengan *Automated Reasoning Tools (ART)*.

Penggunaan GeoGebra sebagai *Automated Reasoning Tools* (ART) dimulai oleh (Botana et al., 2015). Hal ini dilakukan untuk lebih mengefisienkan pembuktian-pembuktian teorema dalam geometri. ART juga dapat digunakan untuk menyusun konjektur sifat-sifat geometri yang dapat diturunkan pada pembuktian asal. (Kovács, Recio, & Pilar Vélez, 2021; Recio et al., 2021; Vajda & Kovács, 2020a) memfokuskan pada penggunaan ART untuk membuktikan konsep-konsep geometri. (Vajda & Kovács, 2020b) menggunakan ART untuk membuktikan ketaksamaan-ketaksamaan pada segitiga-segitiga (siku-siku, sama kaki, maupun sama sisi). Sementara itu (Kovács, Recio, & Pilar Vélez, 2021) menggunakan ART untuk membantu eliminasi variabel pada sistem

persamaan aljabar. Setiap persamaan dalam sistem mewakili objek geometris tertentu. (Recio et al., 2021) menggunakan ART untuk membantu memvisualisasikan persamaan-persamaan aljabar yang bersifat kompleks.

Penggunaan ART dalam pembelajaran geometri yaitu pada strategi dan proses pembuktian pernyataan geometri. *Source code* dalam GeoGebra untuk ART telah dikembangkan oleh (Kovács et al., 2018). ART pada GeoGebra dapat dijadikan kegiatan *pseudo-experiment* dalam mengeksplorasi sifat-sifat geometri. Pengguna dapat juga memodelkan masalah nyata yang berkaitan degnan geometri (Hauera et al., 2018). Walaupun aktivitas-aktivitas ART telah disusun dalam GeoGebra, (Kovács, 2018; Kovács et al., 2022) menyatakan masih belum jelas bagaimana mengintegrasikan aktivitas ini secara eksplisit dalam pembelajaran di kelas. Padahal aktivitas penalaran dengan strategi seperti ini sangat diperlukan untuk peningkatan kompetensi pada era digital.

Optimalisasi ART GeoGebra yang diintegrasikan dalam kegiatan pembelajaran sangat perlu dilakukan. GeoGebra tidak hanya sebagai kalkulator grafik, namun juga dapat digunakan sebagai alat bantu untuk mengembangkan penalaran Geometri. Otomatisasi penalaran dalam topik-topik geometri sangat perlu dikaitkan dengan aktivitas pembelajaran. Berdasarkan kedua hal tersebut, pengembangan perangkat pembelajaran dengan mengintegrasikan teknologi untuk mengembangkan kemampuan penalaran geometri sangat perlu untuk dilakukan. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan aktivitas pembelajaran geometri dalam bentuk lembar kerja mahasiswa berbasis ART.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan. Model pengembangan yang digunakan yaitu ADDIE yang meliputi *Analysis, Design, Development, Implementation,* dan *Evaluation* (Branch, 2010). Tahapan penelitian pada model pengembangan ini sampai pada tahap *Development*. Pada tahap *analysis* dilakukan analisis situasi, analisis kebutuhan, dan analisis konten pembelajaran. Selanjutnya, pada tahap *design* dilakukan perancangan aktivitas pembelajaran yang dapat mengintegrasikan ART pada topik Geometri Bidang. Pada tahap *development* akan dikembangkan sebuah perangkat pembelajaran yang berupa Lembar Kerja Mahasiswa yang mengintegrasikan ART dengan GeoGebra.

Survey diberikan pada mahasiswa Pendidikan Matematika yang mengikuti perkuliahan Geometri Bidang. Survey diberikan untuk menganalisis kebutuhan perangkat pembelajaran yang mengintegrasikan teknologi. Studi Literatur dilakukan dalam analisis konten pembelajaran dan mendesain perangkat pembelajaran.

Data hasil survey dan studi literatur dianalisis secara kualitatif untuk menentukan rumusan strategi pengembangan perangkat pembelajaran. Hasil studi literatur pada tahap desain dianalisis dengan pendekatan komparatif deskriptif. Komparasi ini bertujuan untuk menentukan pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam pengembangan perangkat pembelajaran yang dihasilkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini meliputi tiga tahapan dalam metode di atas, yaitu (1) Analisis, (2) Desain, dan (3) Pengembangan.

Analisis

Perkembangan teknologi menjadi dasar utama kebutuhan akan integrasi teknologi dalam pembelajaran. *Software* Geometri Dinamis (SGD) memberikan pengaruh yang cukup signifikan dalam pembelajaran geometri. Otomatisasi yang dapat dilakukan oleh SGD dalam justifikasi suatu pernyataan dapat mengefisienkan waktu dalam menyusun strategi pembuktian. Pembelajaran berbasis ART dapat menciptakan lingkungan pembelajaran geometri yang adaftif dan tanggap jaman. Integrasi ART dapat dilakukan pada topik-topik Geometri, khususnya geometri bidang. Salah satu topik dalam geometri bidang yang mempunyai potensi untuk diintegrasikan dengan ART adalah segiempat. Topik ini dipilih karena segiempat dapat dianalisis dengan berbagai pendekatan, yaitu titik, garis, maupun segitiga. Dengan demikian eksplorasi ART dengan GeoGebra akan menjadi lebih komprehensif. Tabel 1 berikut adalah hasil analisis konten-konten yang berpotensi untuk integrasi ART dalam pembelajarannya.

Dalam mengintegrasikan ART dengan GeoGebra, perlu diketahui terlebih dahulu fitur-fitur atau command yang dapat digunakan dalam eksplorasi. Command tersebut disampaikan melalui input bar GeoGebra sehingga memunculkan hasil verifikasi yang diingingkan. Tabel 2 berikut adalah hasil analisis command-command yang dapat digunakan untuk menjustifikasi pernyataan-pernyataan geometri.

Tabel 1 Hasil Analisis Konten Geometri

Konten Geometri	Integrasi Aktivitas ART dengan GeoGebra
Jajar Genjang	Melalui diagonal-diagonal pada jajar genjang, mahasiswa menyusun konjektur, memverifikasi, dan membuktikan sifat-sifat jajar genjang.
Layang-layang	Eksplorasi sifat layang-layang berdasarkan proses kontruksinya.
Persegi Panjang, Persegi, dan Belah ketupat	Menganalisis sifat-sifat dengan menghubungkanya dengan sifat yang berlaku pada jajar genjang.
Trapesium	Eksplorasi sifat-sifat trapesium melalui garis tingi dan diagonal-diagonalnya.

Tabel 2 Sintaks Command ART dalam GeoGebra

Command	*Output*	Kegunaan
Areequal[<object>,<object>]	True/False	Memverifikasi kesamaan dua objek
Areparallel[<line>,<line>]	True/False	Memverifikasi kesejajaran dua garis
ArePerpendicular[<line>,<line>]	True/False	Memverifikasi ketegaklurusan dua garis
AreCollinear[<point>,<point>,<point>]	True/False	Memverifikasi tiga titik segaris atau tidak
AreCongruent[<object>,<object>]	True/False	Memverifikasi kekongruenan dua buah objek
Relation[<object>,<object>]	Description	Menentukan hubungan-hubungan yang mungkin dari dua buah objek (sejajar, kongruen, tegak lurus).
Prove[<Boolean expression>] ProveDetails[<Boolean expression>]	True/False/Undefined True/False with detail condition	Menjustifikasi kebenaran suatu pernyataan berdasarkan kontruksi secara umum

(Kovács et al., 2017; Santos & Trocado, 2016)

Desain

Eksplorasi untuk memverifikasi pernyataan-pernyataan geometri berbasis ART dengan GeoGebra merupakan salah satu pendekatan bernalar secara abduksi. Proses ini diawali dengan menemukan sebuah fakta (suatu kejadian khusus) dan kemudian disusun Hipotesis-hipotesis yang mungkin dari fakta yang telah terjadi. Selanjutnya, proses pembuktian Hipotesis tersebut tetap menggunakan penalaran deduktif. Kegiatan eksplorasi dengan GeoGebra diharapkan mahasiswa dapat menemukan strategi pembuktian melalui percobaan-percobaan. Berdasarkan hal tersebut desain aktivitas pembelajaran yang dirancang menggunakan pendekan *Discovery Learning*. Tahapan *Discovery Learning* meliputi 1) Stimulus, 2) Menyatakan Masalah, 3) Mengumpulkan Data, 4) Memproses Data, 5) Memverifikasi, dan 6) Menggeneralisasi (Kharismawati et al., 2020). Rancangan aktivitas pembelajaran geometri dengan mengintegrasikan ART GeoGebra terdiri dari 4 langkah berikut.

1. Memberikan stimulus berupa permasalahan terbuka (*open-ended problem*) untuk dikonstruksi dengan menggunakan GeoGebra. Mahasiswa dapat melakukan beberapa perhitungan-perhitungan pada Langkah ini.
2. Mahasiswa membuat konjektur, dalam hal permasalahan tempat kedudukan (locus) mahasiswa mendeskripsikan karakteristik dari kurva yang dihasilkan.
3. Mahasiswa menerapkan ART untuk memverivikasi konjektur yang telah dibuat. Hasil dalam tahap ini berupa teorema yang kemudian dapat diverifikasi secara matematis (pembuktian formal).
4. Generalisasi berdasarkan serangkaian tools yang digunakan dalam ART.

Hubungan 4 tahap rancangan aktivitas pembelajaran di atas dengan tahapan *Discovery Learning* dapat dilihat pada table berikut.

Tabel 3 Aktivitas Pembelajaran Geometri berbasis ART GeoGebra dan *Discovery Learning*

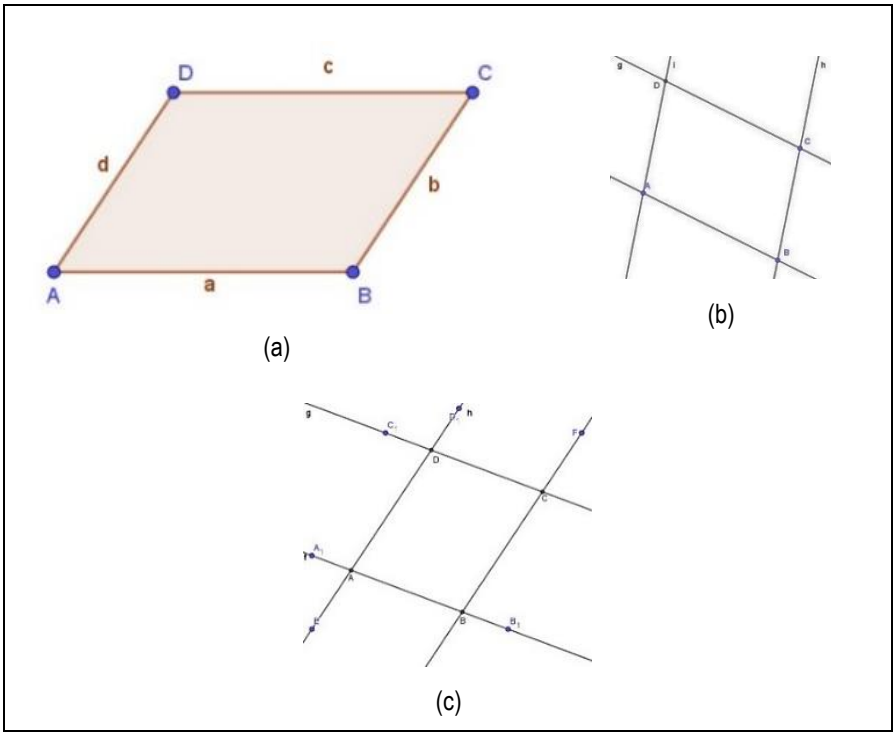
Desain Aktivitas Berbasis ART	*Discovery Learning*
Memberikan stimulus berupa permasalahan terbuka (*open-ended problem*	Stimulus
Mahasiswa membuat konjektur	Menyatakan masalah
Mahasiswa menerapkan ART untuk memverifikasi konjektur	Mengumpulkan Data Memproses Data Memverifikasi Data
Generalisasi berdasarkan serangkaian *tools* yang digunakan dalam ART	Menggeneralisasi

Berikut ini adalah contoh rancangan aktivitas pembelajaran geometri berbasis ART GeoGebra dengan 4 tahapan di atas.

Langkah 1. Menyajikan masalah terbuka (*open-ended problem*) untuk mengkonstruksi jajar genjang menggunakan GeoGebra.

Konstruksi jajar genjang pada gambar 1 (a) menggunakan tools polygon pada GeoGebra. Semua titik sudut jajar genjang di atas merupakan titik bebas (free point). Gambar (b) menunjukkan konstruksi jajar genjang dengan membuat garis-garis sejajar terlebih dahulu. Melalui titik C dapat dibuat garis sejajar dengan $\overleftrightarrow{AB}$. Selanjutnya

melalui titik A juga dapat dibuat garis sejajar dengan $\overleftrightarrow{BC}$. Titik D ditentukan oleh perpotongan garis-garis sehinggan membentuk jajar genjang. Pada konstruksi ini terdapat 3 titik bebas pada jajar genjang, yaitu $A, B,$ dan C. Titik D merupakan titik tetap (fix point) dalam jajar genjang. Pada gambar (c) kontruksinya analog dengan gambar (b). Konstruksi gambar (c) mengondisikan semua titik sudut dari jajar genjang merupakan titik tetap



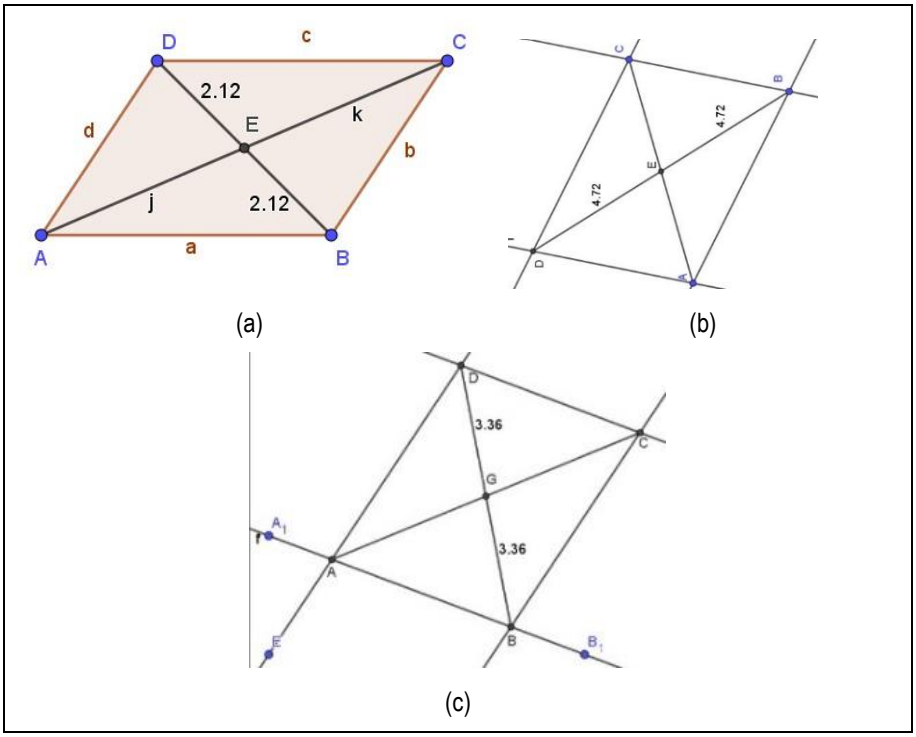
Gambar 1 Model-model Konstruksi Jajar Genjang

Langkah 2. Menyusun konjektur tentang sifat-sifat jajar genjang berdasarkan eksplorasi pengamatan dengan GeoGebra.

Dengan melengkapkan diagonal-diagonal pada jajar genjang yang telah dikonstruksi, beberapa konjektur yang dapat dibuat antara lain

a. Diagonal jajar genjang membagi jajar genjang menjadi dua segitiga yang kongruen
b. Sisi-sisi yang berhadapan kongruen
c. Sudut-sudut yang berhadapan kongruen
d. Diagonal-diagonal jajar genjang berpotongan dan saling membagi 2 sama panjang.

Berikut adalah eksplorasi menggunakan GeoGebra untuk Menyusun konjektur (d).



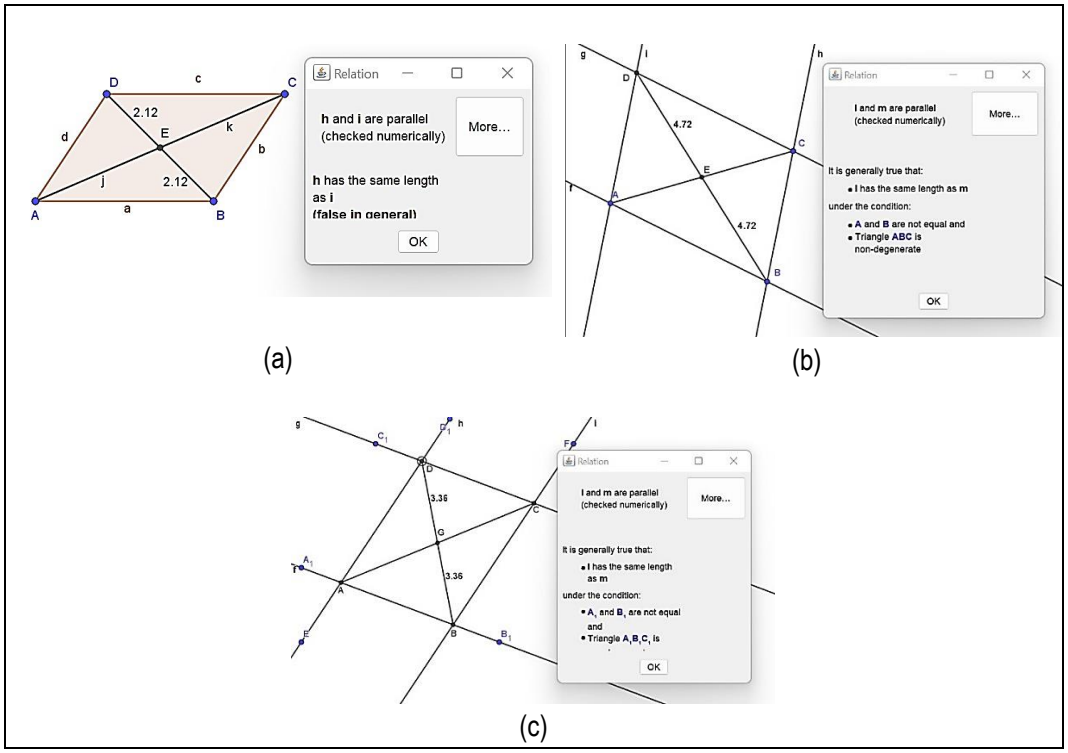
Gambar 2 Hasil Eksplorasi GeoGebra untuk Menyusun Konjektur

Langkah 3. Eksplorasi ART GeoGebra untuk melakukan justifikasi atau verifikasi konjektur.

Perbedaan cara kontruksi jajar genjang akan berpengaruh terhadap hasil ART pada GeoGebra. Berikut ini adalah perbandingan hasil ART GeoGebra dengan menggunakan *command Relation two object*.

Sifat diagonal jajar genjang saling membagi dua sama panjang berdasarkan *command Relation* pada Gambar 3 (a) tidak berlaku secara umum *(false in general*) sementara pada gambar (b) dan (c) berlaku secara umum (*it is generally true*). Pada gambar (b) dan (c) masing-masing memberikan syarat agar jajar genjangnya terdefinisi. Perbedaan justifikasi sifat jajar genjang pada gambar (a) diakibatkan konstruksi jajar genjang yang dilakukan dengan 4 titik bebas. Titik bebas tersebut dapat digeser sehingga dapat membentuk segiempat yang bukan jajar genjang. Konstruksi pada gambar (b) meskipun melibatkan 3 titik bebas, namun saat digeser titik-titik tersebut, segiempat yang terbentuk masih merupakan jajar genjang. Pada gambar (c) semua titik sudut jajar genjang merupakan titik tetap sehingga tidak mungkin titik tersebut digeser-geser.

Titik-titik bebas akan sangat berpengaruh terhadap hasil eksekusi ART GeoGebra. Semakin banyak titik-titik yang bebas artinya sangat mungkin objek yang kita uji bentuknya akan berubah atau bahkan menjadi tidak ada (menyatu dalam sebuah titik). Kondisi ini disebut sebagai kondisi objek yang degenerate. (Kovács, Recio, Tabera, et al., 2021) menyatakan bahwa kondisi degenerate cukup dapat menggganggu hasil verifikasi dengan ART. Langkah yang sedang dikembangkan yaitu dengan meminimalkan objek-objek bebas sehingga kondisi *degenerate* juga dapat diminimalkan.



Gambar 3 Hasil Verifikasi Command Relation berbagai Model Konstruksi Jajar Genjang

Langkah 4 Melakukan Generalisasi berdasarkan eksplorasi ART

Pada tahap ini, mahasiswa mulai menyusun argumen-argumen untuk membuktikan secara formal konjektur yang telah disusun pada Langkah 2. Pada tahap ini mahasiswa melakukan penalaran deduksi untuk membuktikan pernyataan tersebut.

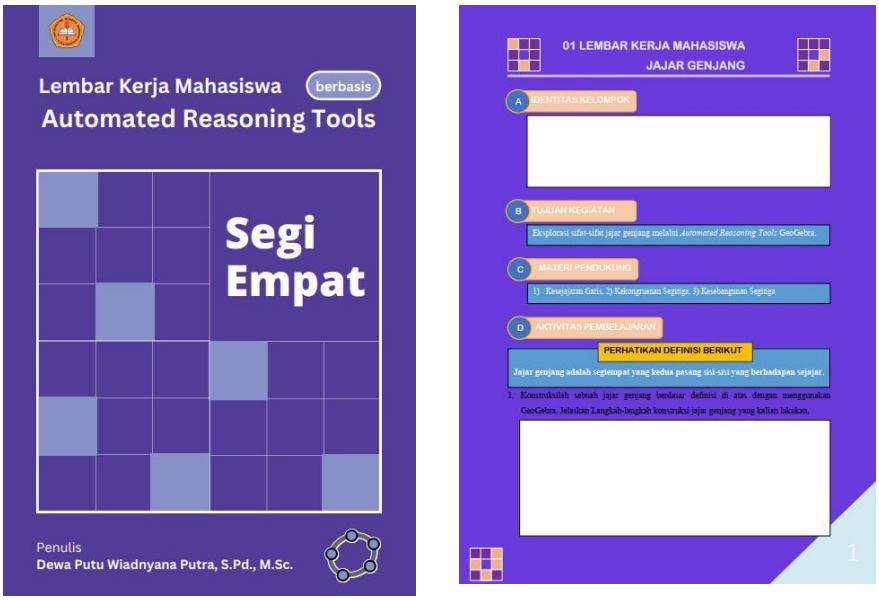
Pengembangan (*Development*)

Pendekatan *Discovery Learning* lebih menekankan eksplorasi mahasiswa dalam menemukan suatu konsep. Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) dapat mewadahi aktivitas eksplorasi konsep dengan mengintegrasikan ART GeoGebra. Komponen dalam lembar kerja mahasiswa mengadopsi 4 tahapan desain aktivitas pembelajaran di atas. Berikut adalah rangkuman komponen LKM yang telah berhasil dikembangkan.

Tabel 4 Komponen LKM dengan Integrasi ART GeoGebra

Komponen	Keterangan
Pendahuluan	Petunjuk Penggunaan LKM
	Daftar Sintaks ART GeoGebra
Tujuan Pembelajaran	Proses dalam Capaian Pembelajaran
Materi Pendukung	Materi-materi prasyarat yang diperlukan untuk membahas konsep yang dipelajari
Aktivitas Pembelajaran	Meliputi 4 tahapan, yaitu 1) stimulus masalah terbuka, 2) menyatakan konjektur, 3) verifikasi konjektur dengan ART GeoGebra, dan 4) Generalisasi.

Berikut adalah hasil pengembangan LKM berbasis ART GeoGebra. LKM lengkap dapat diakses melalui https://bit.ly/lkm-geo-ART.



Gambar 4 Produk LKM Berbasis ART GeoGebra

Aktivitas pembelajaran dalam LKM dirancang dengan pendekatan *Discovery Learning* bertujuan untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Persoalan-persoalan terbuka dalam LKM merupakan stimulus utama dalam pengembangan kemampuan berpikir kreatif. Penggunaan GeoGebra berbasis ART akan memberikan pengalaman mahasiswa untuk berkolaborasi dengan lingkungan pembelajaran digital. Hal ini merupakan proyeksi kemampuan matematika masa depan yang banyak diperlukan. Untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan tersebut sangat diperlukan pembelajaran yang mengintegrasikan teknologi dalam lingkungan pembelajaran yang terbuka dan fleksibel agar mahasiswa mampu berkolaborasi untuk mengembangkan potensinya (Darmayanti et al., 2023).

Aktivitas dalam proses penalaran geometri dilakukan secara otomatis menggunakan GeoGebra. Aktivitas ini dilakukan untuk membekali mahasiswa dengan keterampilan yang mendukung peran kecerdasan buatan dalam bidang matematika. Justifikasi yang dapat dilakukan secara otomatis membuka peluang untuk interaksi dan kolaborasi antara mahasiswa dan kecerdasan buatan (Trgalova, 2022).

PENUTUP

Integrasi teknologi dalam pembelajaran dapat menciptakan ekosistem pembelajaran digital. Desain aktivitas pembelajaran geometri dengan memanfaatkan *Software* Geometri Dinamis berpotensi diarahkan untuk mendukung proses penalaran. Otomatisasi dalam teknologi menjadi sisi positif untuk mengefisienkan proses eksplorasi dalam justifikasi pernyataan-pernyataan geometri. Desain aktivitas pembelajaran geometri dengan mengintegrasikan ART GeoGebra dilakukan dalam 4 tahap, yaitu 1) stimulus persoalan terbuka, 2) penyusunan konjektur, 3) eksplorasi ART untuk memverifikasi, dan 4) generalisasi.

Pendekatan pembelajaran yang digunakan adalah *Discovery Learning*.

Penelitian ini baru dilaksanakan sampai tahap pengembangan. Tahap implementasi dan evaluasi akan dilaksanakan pada tahap berikutnya. Eksplorasi syntax ART Geogebra untuk verifikasi konsep atau prinsip geometri masih sangat terbuka untuk dikembangkan. Selain itu, pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam aktivitas ini dapat disesuaikan dengan konteks belajar mahasiswa.

DAFTAR RUJUKAN

Alexander, D. C., & Koeberlein, G. M. (2014). *Elementary Geometry for College Students 6E* (Sixth). Cengage Learning.

Botana, F., Hohenwarter, M., Janičić, P., Kovács, Z., Petrović, I., Recio, T., & Weitzhofer, S. (2015). Automated Theorem Proving in GeoGebra: Current Achievements. *Journal of Automated Reasoning*, *55*(1), 39–59. https://doi.org/10.1007/s10817-015-9326-4

Branch, R. M. (2010). Instructional design: The ADDIE approach. In *Instructional Design: The ADDIE Approach*. Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09506-6

Darmayanti, R., Nurmalitasari, D., Pgri, U., Pasuruan, W., & Safitri, N. D. (2023). 21st Century Mathematics Learning Challenges: Bibliometric Analysis of Trends and Best Practices in Shinta Indexed Scientific Publications. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains)*, *11*(1), 136–152. https://doi.org/10.25273/jems.v11i1.14283

Hauera, B., Kovácsa1, Z., Reciob, T., & Pilar Vélez, M. (2018). *Automated reasoning in elementary geometry: towards inquiry learning*. *2*(2).

Hlushak, O. M. (2019). *Using the e-learning course "Analytic Geometry" in the process of training students majoring in Computer Science and Information Technology*. https://doi.org/https://doi.org/10.55056/cte.407

Hwang, W.-Y., Hariyanti, U., Abdillah, Y. A., & Chen, H. S. L. (2021). Exploring Effects of Geometry Learning in Authentic Contexts Using Ubiquitous Geometry App. *Technology & Society*, *24*(3), 13–28. https://doi.org/10.2307/27032853

Kharismawati, L. R. S., Nirwansyah, Fauziah, S., Puspita, R. A., Gasalba, R. A., & Rabbani, T. A. S. (2020). *HOTS-Oriented Module: Discovery Learning*. SEAMEO QITEP in Language.

Kovács, Z. (2018). *Advantages and Dangers on Utilizing GeoGebra Automated Reasoning Tools*. http://ceur-ws.org

Kovács, Z., Recio, T., & Pilar Vélez, M. (2017). *GeoGebra Automated Reasoning Tools A Tutorial*. https://www.geogebra.org/materials/

Kovács, Z., Recio, T., & Pilar Vélez, M. (2021). Automated Reasonign Tools in GeoGebra Discovery. *ACM Communications in Computer Algebra*, *55*(2). https://autgeo.online,

Kovács, Z., Recio, T., Richard, P. R., van Vaerenbergh, S., & Vélez, M. P. (2022). Towards an ecosystem for computer-supported geometric reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(7), 1701–1710. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1837400

Kovács, Z., Recio, T., Tabera, L. F., & Vélez, M. P. (2021). Dealing with degeneracies in automated theorem proving in geometry. *Mathematics*, *9*(16). https://doi.org/10.3390/math9161964

Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2018). Using automated reasoning tools in GeoGebra in the teaching and learning of proving in geometry. *International Journal for Technology in Mathematics*

Education, *25*(2), 33–51. https://doi.org/10.1564/tme_v25.2.03

Recio, T., Losada, R., Kovács, Z., & Ueno, C. (2021). Discovering geometric inequalities: The concourse of geogebra discovery, dynamic coloring and maple tools. *Mathematics*, *9*(20). https://doi.org/10.3390/math9202548

Santos, J.M.D, & Trocado, A.E.B. (2016). *GeoGebra as a Learning Mathematical Environment* (Issue 1).

Trgalova, J. (2022). AI-Supported Learning of Mathematics. In P. R. Richard, M. P. Velez, & S. Van Vaerenbergh (Eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence*, 17, 197–200. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0

Vajda, R., & Kovács, Z. (2020a). *GeoGebra and the realgeom Reasoning Tool*. http://ceur-ws.org

Vajda, R., & Kovács, Z. (2020b). *GeoGebra and the realgeom Reasoning Tool*. http://ceur-ws.org