

KONSEP KETAKHINGGAAN DALAM MATEMATIKA

Muhamad Sabirin

Pendidikan Matematika IAIN Antasari,
Jl. Jenderal A. Yani KM. 4,5 Banjarmasin
e-mail : m.sbrn@yahoo.com

Abstrak. Ketakhinggaan adalah sebuah konsep penting yang tidak hanya digunakan dalam matematika, tetapi juga dalam bidang lainnya. Ketakhinggaan melambangkan realitas yang menunjukkan kekuasaan Tuhan yang tak terbatas. Dalam tulisan ini dibahas sejarah konsep ketakhinggaan (*infinity*) dan contoh penerapan dalam bidang komputer.

Kata Kunci : *Infinity, Paradoks, Aleph Null, Potential Infinite.*

Kata ketakhinggaan (*infinity*) berasal dari bahasa latin *infinitas* yang berarti yang tak terhingga. Banyak istilah yang digunakan kalau kata infinity diterjemahkan ke dalam bahasa Indonesia, antara lain disebut dengan ketakhinggaan, ketakberhinggaan, ketak-terhinggaan, ketidakberhinggaan dan sebagainya. Semua istilah tersebut memiliki maksud atau makna yang sama.

Pada masa Yunani kuno kata yang digunakan untuk ketakhinggaan adalah *apeiron* yang berarti tidak terbatas, tidak terhingga, tidak pasti/tidak tentu, atau tidak terdefinisi. Menurut orang Yunani, asal mula terbentuknya dunia berasal dari kekacauan (*original chaos*) yang dinamakan *apeiron*.

Selain itu, menurut orang Yunani, konsep ketakterhinggaan dalam dunia nyata dapat diamati melalui tiga hal yaitu: waktu yang kelihatannya tidak ada ujungnya, ruang dan waktu bisa bersifat 'jika dibagi' maka tidak akan ada hentinya/akhirnya, dan ruang itu tidak memiliki batas.

Bagi orang Yunani pernyataan bahwa waktu muncul dan tidak memiliki akhir adalah tidak terlalu sukar dimengerti. Alasannya adalah, pertama karena kejadian akhir dunia adalah kejadian yang tidak teramati, seperti kehidupan sementara kita yang mengalami hidup dan mati, maka kelihatannya ini adalah sifat alamiah dari alam semesta. Alasan yang kedua adalah karena adanya konsep yang nyata tentang

ketidakberakhiran pembagian ruang dan waktu. Kedua alasan ini memiliki pengaruh yang kekal pada masyarakat Yunani, sehingga pemikiran tentang ketidak-terhinggaan harus diklarifikasi.

Ada pendapat yang kemungkinan bukan hasil pemikiran orang Yunani bahwa mereka percaya alam semesta itu terbatas (terhingga). Anehnya, pemikiran bahwa waktu tidak memiliki permulaan tidak membingungkan orang Yunani, juga tidak membingungkan budaya lainnya pada zaman sekarang.

Para pengikut Pythagoras tidak memiliki bahasan mengenai ketidak-terhinggaan. Dalam pandangan mereka segala sesuatu adalah hal yang yang dapat direpresentasikan dengan bilangan (bisa dihitung/ terbatas). Memang, para pengikut Pythagoras mengasosiasikan (menghubung-kan) baik dan buruk dengan keterhinggaan dan ketidakterhinggaan. Walaupun tidak ada pemahaman yang baik pada masa itu tentang ketidakterhinggaan, penemuan para pengikut Pythagoras tentang konsep *incommensurable* (konsep ketidakterukuran), misalkan bilangan $\sqrt{2}$, memerlukan pemahaman yang baik tentang ketidakterhinggaan.

Zeno of Elea (490 BC – 430 BC) seorang filsuf Yunani, merumuskan paradoksnya dengan mengabungkan pemikiran *finite* (terhingga) dengan *infinite* (tidak terhingga) dan proses pembatasan (*limiting process*). Paradoks-

paradoks ini mempunyai pengaruh yang sangat besar dalam matematika.

Ada 4 paradoks Zeno yang terkenal, meskipun yang paling terkenal adalah paradoks kedua, perlombaan lari Achilles dengan si kura-kura.

1. Dikhotomi

Paradoks ini dikenal sebagai “dikhotomi” karena selalu terjadi pengulangan pembagian menjadi dua. Gerak adalah tidak dimungkinkan, sebab apapun yang terjadi gerak harus mencapai (titik) tengah terlebih dahulu sebelum mencapai (titik) akhir; tapi sebelum mencapai titik tengah ter-lebih dahulu mencapai seperempat dan seterusnya, yang menunjukkan suatu ketakterhinggaan. Jadi, gerak tidak akan pernah ada.

2. Perlombaan lari Achilles dengan si kura-kura

Achilles seorang ksatria perang Troya pada mitologi Yunani, berlomba lari dengan seseorang yang biasa disebut si kura-kura, tetapi Achilles tidak dapat mengalahkan si kura-kura yang berjalan lebih dahulu. Untuk memudahkan penjelasan, maka diberikan ilustrasi dengan menggunakan angka pada paradoks ini.

Bayangkan: Achilles berlari dengan kecepatan 1 meter per detik, sedangkan si kura-kura selalu berjalan dengan kecepatan setengahnya, $\frac{1}{2}$ meter per detik, namun si kura-kura mengawali perlombaan dari $\frac{1}{2}$ jarak yang akan ditempuh (misal: jarak tempuh perlombaan 2 km, maka titik awal/start si kura-kura berada pada posisi 1 km, sedang Achilles pada titik 0 km). Si kura-kura berjalan begitu Achilles mencapai tempatnya. Begitu Achilles mencapai posisi 1 km, si kura-kura berada pada posisi 1,5 km; Achilles mencapai posisi 1,5 km, kura-kura mencapai posisi 1,75; Achilles mencapai posisi 1,75 km, si kura-kura mencapai posisi 1,875 km. Pertanyaannya adalah kapan Achilles dapat menyusul si kura-kura?

3. Anak panah

Anak panah bergerak (karena dilepaskan dari busur) pada waktu tertentu, diam maupun tidak diam. Apabila waktu tidak dapat

dibagi, panah tidak akan bergerak. Apabila waktu kemudian dibagi. Tetapi waktu juga tersusun dari setiap (satuan) saat. Jadi panah tidak dapat bergerak pada suatu saat tertentu, tidak dapat bergerak pula pada waktu. Oleh karena itu anak panah selalu diam.

4. Gerakan orang-orang berurutan

Paradoks tentang gerakan urutan orang-orang, urutan [AAAA] yang diam diperbandingkan dengan urutan bergerak dari dua arah yang berlawanan, [BBBB]: urutan orang yang bergerak ke kiri dan [CCCC]: urutan orang duduk yang bergerak ke kanan.

Paradoks ini dapat digambarkan sbb.:

AAAA: urutan berhenti

BBBB: urutan bergerak ke kiri

CCCC: urutan bergerak ke kanan

Semuanya bergerak dengan kecepatan tetap/sama.

Posisi I	Posisi II
A A A A	A A A A
B B B B	B B B B
C C C C	C C C C

Urutan AAAA, BBBB dan CCCC terletak rapi, baris dan kolom sama. Gerakan dimulai, dengan kecepatan sama, urutan BBBB dan urutan CCCC bergerak. Urutan B paling kiri melewati 2 orang: C paling kiri dan A paling kiri. Jarak B paling kiri dengan C paling kiri adalah 2 kali jarak B paling kiri dengan A paling kiri, dengan waktu yang sama.

Zeno mempertanyakan mengapa dengan waktu yang sama dan kecepatan sama ada perbedaan jarak yang ditempuh?

Paradoks Zeno banyak memberikan penjelasan dan mudah untuk ditunjukkan bahwa paradoks-paradoks tersebut menantang keyakinan intuisi yang umum bahwa hasil dari jumlah positif sebuah bilangan tak hingga merupakan ketakhinggaan yang besar, sekalipun

jumlah yang lainnya sangat kecil $\left(\sum_{i=1}^{\infty} \epsilon_i = \infty \right)$,

dan hasil dari sebuah bilangan hingga atau sebuah bilangan tak hingga dalam jumlah pada dimensi nol adalah nol ($n \times 0 = 0$ dan $\infty \times 0 = 0$).

Aristoteles (384 SM – 322 SM), bersikukuh terhadap keberhinggaan (*finite*). Dia menolak himpunan tak hingga dan garis tak hingga (garis bisa panjang tapi tidak sampai tak hingga). Alasan-alasan penolakannya adalah :

- *The Infinite is too big to be beautiful* (ketakhinggaan terlalu besar untuk dijadikan sesuatu yang bagus)
- Ketakhinggaan mengarah pada kontradiksi di dalam bidang kinematika
- *Thompson lamp paradox*.

Paradox ini dapat dijelaskan sebagai berikut :

Bayangkan suatu lampu yang pada waktu t , dimana t dinyatakan sebagai $t = 1 - \frac{1}{2^n}$, pada saat n genap lampu hidup,

dan pada saat n ganjil lampu mati. Masalahnya adalah, pada saat $t = 1$, apakah kondisi lampu, hidup atau mati ?. Pada saat $t = 1$, n tak hingga, padahal takhingga tidak bisa dipastikan apakah genap ataukah ganjil.

Aristoteles menghindari aktualitas/kenyataan tentang ketidakterhinggaan dengan mendefinisikan *potentially infinity*. Definisi potensial infinity ini, bukan *actual infinity*, diakui para matematikawan dan filsuf selama dua abad. Maka, bilangan bulat (integer) adalah berpotensi tak terhingga (*potentially infinity*) karena kita selalu bisa menambahkan bilangan satu untuk mendapatkan bilangan yang lebih besar.

Euclid (325 SM – 265 SM) dalam *Elements* buku ke-1 menyatakan bahwa dalam sebuah bidang datar terdapat himpunan takhingga dari titik-titik dan juga memuat takhingga segitiga samasisi. Euclid juga menyatakan bahwa bilangan-bilangan prima secara potensial tidak terbatas. Pembuktiannya memperlihatkan bahwa berdasarkan beberapa kumpulan terbatas bilangan-bilangan prima, harus ada satu bilangan prima yang tidak ada dalam kumpulan.

Perkembangan teori ketak-hinggaan tidak banyak berubah hingga pada abad ke 6 M. Perkembangan mulai tampak ketika Brahmagupta (628 M) mulai mengenalkan bilangan nol kedalam sistem bilangan. Masalah yang mereka hadapi adalah bagaimana membuat bilangan nol berhubungan dengan

operasi aritmatika biasa. Ini adalah usaha untuk membawa ketakhinggaan, dan juga nol, kedalam sistem bilangan. Begitu juga dengan Thabit Ibn-Qurra (836-901 M), yang berbeda pendapat dengan Aristoteles tentang ketakhinggaan. Thabit percaya adanya *actual infinity* (ketakhinggaan aktual).

Awal abad 14 masehi, Gregory of Rimini (1300-1358 M) juga menentang Aristoteles dan menyatakan bahwa Tuhan bisa menciptakan batu dengan jumlah takhingga secara aktual. Albert Saxony (1350 M) menunjukkan bahwa seseorang dapat membuat himpunan bagian dari himpunan takhingga dan menyusunnya sedemikian sehingga menjadi himpunan yang besar dan tidak terbatas sebagaimana himpunan takhingga. Nicole Oresme (1350 M) adalah matematikawan pertama yang membuktikan divergensi dari deret harmonik berikut ini :

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

Oresme juga menemukan jumlah dari deret takhingga berikut ini:

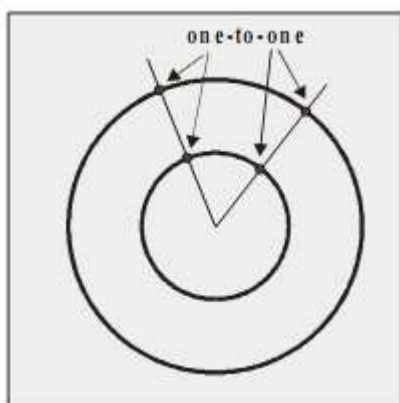
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$$

Thomas Aquinas, seorang filsuf Kristiani juga mengakui ketidakterbatasan Tuhan, tapi menolak bahwa Tuhan menciptakan sesuatu yang tidak terhingga. Dia menggunakan fakta bahwa tidak terdapat bilangan untuk menggambarkan ketak-hinggaan sebagai argumen yang menentang keberadaan ketakhinggaan aktual. Dalam *Summa theologi*, yang ditulis pada abad ke-13, Thomas Aquinas menulis: “*Keberadaan multitude ketidakterbatasan aktual itu tidak mungkin. Tidak ada bilangan yang tidak terbatas, dimana bilangan-bilangan dihasilkan dari penghitungan sepanjang himpunan unit. Maka tidak ada himpunan yang dapat benar-benar tidak terbatas*”.

Penyangkalan ini sesungguhnya beralasan dan pada masa Aquinas tidak memiliki jawaban yang memuaskan. Himpunan tidak terbatas aktual membutuhkan ukuran, dan tidak ada ukuran yang tampaknya mungkin menurut Aquinas.

Nicolas of Cusa (1401 – 1464 M) juga

menggunakan ketakhinggaan dan proses ketakhinggaan sebagai analogi untuk mencapai kebenaran dan surga. Suatu pertentangan (paradoks) juga muncul pada pemikiran abad pertengahan. Dapat dipahami bahwa lingkaran yang lebih besar pasti memiliki jumlah titik yang lebih banyak daripada lingkaran yang kecil, akan tetapi mereka akan berkorespondensi satu-satu, sebagaimana gambar 1 berikut:



Gambar 1. Korsepondensi satu-satu titik-titik pada lingkaran

Pada tahun 1600, Galileo (1564 – 1642M) menyarankan penyertaan bilangan takhingga. Tetapi dia mengerti bahwa permasalahannya adalah menggunakan penalaran “terhingga” pada sesuatu yang tidak terhingga. Dia mengatakan “Suatu kesalahan jika berkata bahwa kuantitas dari takhingga lebih besar atau lebih kecil atau sama dengan bilangan lain”. Dengan pengertian yang mendalam dan jenius, dia mengklaim bahwa ketidakterhinggaan bukan suatu pemikiran yang tidak konsisten, akan tetapi ia mengikuti beberapa aturan yang berbeda.

John Wallis (1616-1703 M), walaupun masih dalam perdebatan, merupakan seorang matematikawan yang penting di Inggris pada abad ke 17 selain Newton. Dia merupakan professor geometri di Oxford, yang asalnya belajar teologi. Dalam hasil kerjanya *Arithmetica Infinitorum*, dia memperluas apa yang dikerjakan Toricelli (1608 – 1647 M) dan Cavalieri (1598 – 1647 M) tentang ketidakterbagian dan dengan proses induksi yang hebat ia menemukan bahwa

$$\frac{4}{\pi} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \dots}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \dots}$$

Ekspansi tak terhingga ini untuk π , walaupun bukan yang pertama, menggambarkan dengan jelas sebuah proses tak terhingga (*infinite process*) tanpa dasar pembenaran. Pada tahun 1655, Wallis memberi simbol ∞ , yang menandakan sebuah kurva yang tak berujung. Satu dugaan tentang mengapa ia memilih simbol ini adalah bahwa ia mengambil dari *Roman numeral* (angka Romawi) untuk 1000 yang diambil dari *Etruscan numeral* untuk 1000, yang terlihat seperti CII kadang-kadang digunakan untuk mengartikan ‘many’ (banyak). Dugaan lainnya adalah bahwa ia mengambilnya dari abjad Yunani ω (omega).

Asal mula yang tepat dari simbol infinity (∞) juga tidak jelas. Satu kemungkinan diusulkan dengan nama itu adalah bahwa simbol tersebut kadang-kadang disebut dengan lemniscate (lemniskat), dari bahasa Latin lemniscus yang berarti ribbon (pita mesin tik). Seseorang dapat membayangkan berjalan selamanya sepanjang suatu loop sederhana yang dibentuk dari suatu pita.

Penjelasan yang paling populer adalah bahwa simbol infinity berasal dari bentuk potongan pita Mobius. Lagi-lagi, dibayangkan seseorang yang berjalan sepanjang permukaannya selamanya. Bagaimanapun, penjelasan ini sangat mustahil, karena simbol untuk menyatakan infinity telah digunakan selama 200 tahun sebelum August Ferdinand Mobius dan Johann Benedict Listing menemukan pita mobius pada tahun 1858.

Kemungkinan lainnya adalah bahwa simbol (∞) dipilih karena mudah untuk merotasi angka "8" sejauh 90° ketika penulisan huruf dilakukan dengan tangan. Simbol ini kadang-kadang dinamakan “*lazy eight*” (angka delapan malas), menimbulkan gambaran dari angka 8 yang berbaring pada sisinya.

SISTEM BILANGAN TRANSFINITE DAN ALEPH NULL

Pada awal tahun 1870an, seorang ahli matematika Jerman (lahir di Rusia) bernama lengkap Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918 M) membuat penyangkalan terhadap

doktrin Aristoteles mengenai *potentially infinite* menjadi *actual infinity*. Dia menciptakan gagasan-gagasan mengenai teori himpunan yang merubah matematika. Cantor mendefinisikan dua macam bilangan, yaitu bilangan ordinal dan bilangan kardinal. Bilangan ordinal digunakan untuk mengidentifikasi himpunan yang terurut, sedangkan bilangan kardinal didefinisikan sebagai ukuran suatu himpunan, dalam arti berapa banyak anggota dalam himpunan tersebut.

Cantor berusaha mendefinisikan apakah yang dimaksud dengan himpunan. Pada tahun 1874, dia membuktikan bahwa himpunan bilangan rasional dapat ditempatkan ke dalam korespondensi satu-satu dengan bilangan natural. Tetapi himpunan bilangan riil tidak dapat ditempatkan ke korespondensi seperti itu.

Teorema. Himpunan bilangan rasional berkorespondensi satu-satu dengan bilangan natural

Bukti #1. Misalkan $r_{m,n} = \frac{m}{n}$ merupakan bilangan rasional yang ditunjukkan dalam bentuk tereduksi. Definisi relasi

$$r_{m,n} \rightarrow 2^{m3^n}$$

Ini memberi korespondensi bilangan rasional pada sebuah sub himpunan bilangan natural, dan karena itu juga pada bilangan natural.

Bukti #2. Susun semua bilangan rasional dalam sebuah tabel seperti ditunjukkan di pada gambar 2. Sekarang hitung bilangan-bilangan seperti ditunjukkan oleh tanda garis. Ini menempatkan bilangan rasional ke korespondensi dengan bilangan natural. Akan terlihat, ada sejumlah duplikasi bilangan rasional. Karena itu untuk menyelesaikan, hilangkan saja duplikat-duplikat itu. Kalau tidak, bentuk tabel dengan bilangan rasional sudah dalam urutan (orde) terendah.

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	...
$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	...
$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	...
$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	...
...	...	...	...	...	...

Gambar 2. Susunan bilangan rasional

bilangan transfinite yang mana bilangan Kardinal transfinite yang pertama adalah aleph-null ($\aleph_0$), yaitu bilangan Kardinal pada himpunan bilangan Asli. Bilangan aleph (Aleph number) adalah urutan bilangan-bilangan yang digunakan untuk merepresentasikan kardinalitas dari himpunan takhingga. Aleph-null ($\aleph_0$) mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- Untuk setiap bilangan kardinal dari himpunan takhingga a , berlaku $\aleph_0 \leq a$.
- $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$
- $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

Hasil penemuan Cantor lain yang penting adalah kardinalitas dari *Continuum*(C) adalah lebih besar dari kardinalitas bilangan Asli ($\aleph_0$), artinya terdapat lebih banyak bilangan real R dari keseluruhan bilangan Asli N, yakni Cantor menunjukkan bahwa $C = 2^{\aleph_0} > \aleph_0$. Dalam *continuum hypothesis*, Cantor menyatakan bahwa tidak ada himpunan yang mempunyai kardinalitas diantara $\aleph_0$ dan kardinalitas bilangan real ($\aleph_1$), dengan kata lain tidak ada himpunan S sedemikian sehingga $\aleph_0 < |S| < 2^{\aleph_0}$.

Sesuai dengan *axiom of choice* (AC), terdapat bilangan kardinal terkecil $\aleph_1$ yang lebih besar $\aleph_0$ dan dari *continuum hypothesis* bisa didapatkan persamaan $2^{\aleph_0} = \aleph_1$. Dari generalisasi *continuum hypothesis* juga bisa didapatkan bahwa untuk bilangan ordinal α , berlaku $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$.

PENERAPAN KETAKHINGGAAN DALAM KOMPUTER

Perkembangan teknologi komputer yang sangat pesat hingga saat ini didukung pula oleh konsep ketakhinggaan (*infinity*). Penerapan *infinity* pada bidang komputer antara lain pada perhitungan-perhitungan aritmatika, pemrograman komputer dan sebagainya. **IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic (IEEE 754)** telah memberikan ketentuan untuk bilangan tak hingga, baik positif maupun negatif yang diikuti dengan implementasinya pada pembuatan CPU.

Dalam ketentuan IEEE 754, kondisi *infinity* akan terjadi jika nilai bit-bit *exponent* = $2^e - 1$, (dimana e = jumlah bit *exponent*) dan nilai bit-bit *fractions* = 0. Sebagai contoh untuk model *32-bit-single-precision*, *infinity* akan terjadi jika pada memory berisi data dengan urutan sebagai berikut :

1111 1111 000 0000 0000 0000 0000 0000

Dengan ketentuan-ketentuan tersebut, kondisi bilangan tak hingga akan menghasilkan berbagai macam keadaan, antara lain *arithmetic overflow* dan *division by zero*.

Arithmetic overflow merupakan ketentuan dimana terjadi operasi aritmatika yang cukup besar sehingga komputer tidak mampu untuk melaksanakan operasi tersebut. Ketentuan tersebut dibuat agar memory komputer yang digunakan dibatasi sehingga kode-kode program yang lain masih bisa berjalan dengan normal.

Division by zero merupakan ketentuan dimana terjadi operasi pembagian dengan bilangan pembagi sama dengan nol. Jika terjadi hal ini maka komputer akan memberikan pesan, misalkan pada program Pascal, pesan tersebut adalah '*Division by zero*'. Seperti halnya pada *arithmetic overflow*, pesan ini berguna untuk keberlangsungan pembuatan dan pelaksanaan program.

Konsep ketakhinggaan juga digunakan dalam pembuatan algoritma pemrograman, misalnya dalam *searching* (pencarian) dan *sorting* (peng-urutan). Program Pascal berikut ini menunjukkan penggunaan konsep *maxint* (maksimum integer) pada pencarian bilangan terkecil diantara 10 bilangan.

```
Program Pencarian_Bilangan_Terkecil;
var i,j,hasil : integer;
```

```
A : array[1..10] of integer;
begin
  hasil := maxint;
  for i := 1 to 10 do read(A[i]);
  for i := 1 to 10 do
    if hasil > A[i] then hasil := A[i];
  writeln('Bilangan Terkecil =', hasil);
end.
```

Dalam konsep pemrograman Pascal, Delphi dan sejenisnya, *maxint* digunakan untuk menunjukkan bilangan yang paling besar dari bilangan integer yang didefinisikan di suatu software program. Walaupun tidak sama persis dengan ketakhinggaan, namun konsepnya diadopsi untuk memudahkan pembuatan program tersebut.

Dengan menggunakan logika yang sama dengan pencarian bilangan terkecil tersebut, program pencarian bilangan terbesar juga bisa dengan mudah dibuat dengan menggunakan minimum integer (*-maxint*). Program-program mengurutkan bilangan juga bisa dibuat lebih mudah dengan konsep tersebut. Dengan memakai logika mencari bilangan terkecil, hasilnya bisa diteruskan untuk mencari bilangan terkecil berikutnya dari data sisa, sehingga diperoleh data yang terurut.

Untuk bahasa pemrograman lain yang juga menggunakan konsep bilangan terbesar dan bilangan terkecil, bisa digunakan logika yang sama dengan penerapan pada bahasa Pascal tersebut, programmer tinggal menyesuaikan *reserved word* yang digunakan. Sedangkan untuk bahasa pemrograman yang tidak menggunakan konsep bilangan terbesar atau bilangan terkecil, bisa mendefinisikannya disesuaikan dengan konsep *overload* yang ada pada bahasa pemrograman tersebut.

PENUTUP

Cantor dalam salah satu tulisanya mengungkapkan : "Tuhan maha sempurna, seseorang bisa menyimpulkan bahwa adalah sangat mudah bagi Tuhan untuk membuat *transfinitum ordinatum* (realitas ketakhinggaan)". Begitu juga dengan para matematikawan lain yang menghubungkan ketakhinggaan dengan kekuasaan Tuhan. Membicarakan ketakhinggaan selalu tidak bisa dipisahkan dengan membicarakan Tuhan serta kekuasaan-Nya. Kekuasaan-

Nya yang tak terhingga juga berupa nikmat yang diberikannya pada manusia dengan jumlah yang tak terhingga. Nikmat tersebut akan lebih sempurna jika manusia mampu bersyukur dan mempergunakannya untuk hidup sesuai dengan perintah-Nya dan memahami alam ciptaan-Nya.

DAFTAR PUSTAKA

- Allen, G. Donald (2003). *The History of Infinity*. Tersedia Online di <http://www.math.tamu.edu/~dallen/masters/infinity/content2.htm> [diakses 5 Oktober 2007]
- Anglin, W.S. (1994). *Mathematics: A Concise History and Philosophy*. New York: Springer-Verlag.
- Burton M. David (1999). *The History of Mathematics: An Introduction*. Fourth Edition.
- Boyer, Carl B. (1968). *A History of Mathematics*. 3rd Edition. New York: John Wiley & Sons.
- O'Connor JJ and E F Robertson(2002). *Infinity* Tersedia Online di <http://www.gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/infinity.html> [diakses 5 Oktober 2007]
- Wikipedia(2007a). *Aleph number*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Aleph_Number [diakses 5 Nop 2007]
- Wikipedia(2007b). *Cardinal number*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Cardinal_Number [diakses 5 Nop 2007]
- Wikipedia(2007c). *Cardinality of the continuum*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Cardinality_of_the_continuum [diakses 5 Nop 2007]
- Wikipedia(2007d). *Continuum Hypothesis*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Continuum_Hypothesis [diakses 5 Nopember 2007]
- Wikipedia(2007e). *Georg Cantor*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor [diakses 5 Nopember 2007]
- Wikipedia(2007f). *Infinity*. Tersedia Online di <http://en.wikipedia.org/wiki/infinity> [diakses 5 Oktober 2007]
- Wikipedia(2007g). *IEEE floating-point standard*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/IEEE_floating-point_standard [diakses 5 Nopember 2007]
- Wikipedia(2007h). *Zeno of Elea*. Tersedia Online di **Error! Hyperlink reference not valid.** [diakses 5 Nopember 2007]
- Wikipedia(2007i). *Zeno's Paradoxes*. Tersedia Online di http://en.wikipedia.org/wiki/Zeno%27s_paradoxes [diakses 5 Nopember 2007]