

Identifikasi Parameter Akustik Permukaan Sumber dengan Metode Elemen Batas

Tetti Novalina Manik dan Simon Sadok Siregar

Abstrak: Penentuan medan suara yang terjadi akibat radiasi sumber atau akibat hamburan gelombang suara merupakan salah satu permasalahan yang banyak diteliti oleh para peneliti akustik. Kasus seperti ini dapat disebut sebagai kasus langsung (direct problem). Kasus lain yang juga ditemui dalam akustik adalah kebalikan kasus langsung yakni penentuan parameter akustik seperti tekanan, kecepatan partikel atau impedansi akustik pada permukaan sumber berdasarkan informasi hasil pengukuran parameter akustik di titik-titik medan di sekitar sumber akustik. Kasus seperti ini dikenal sebagai kasus inversi (inverse problem). Solusi numerik yang digunakan pada tesis ini adalah Metode Elemen Batas. Kelebihan utama dari metode ini adalah penurunan dimensi masalah, karena hanya permukaan sumber akustik yang perlu didiskritisasi sehingga mengurangi dimensi persoalan yang dihadapi, misalkan persoalan tiga dimensi diselesaikan dengan perlakuan dua dimensi. Pada makalah ini disajikan solusi inversi dengan metode elemen batas untuk permasalahan radiasi akustik dalam domain akustik interior. Uji kasus radiasi melibatkan sumber akustik berbentuk kubus. Hasil perhitungan parameter akustik permukaan sumber dengan inversi metode elemen batas menunjukkan kesesuaian dengan nilai sebenarnya.

Kata Kunci: kasus langsung, Metode Elemen Batas, domain interior, radiasi, hamburan

PENDAHULUAN

Dalam analisis akustik, kasus yang paling umum adalah menentukan medan akustik/suara yang terjadi akibat sumber akustik yang bergetar (radiasi) atau medan suara yang terjadi ketika gelombang suara mengenai suatu penghalang (*scattering*) dalam domain eksterior atau interior. Masalah seperti ini dapat diselesaikan jika informasi mengenai kecepatan permukaan atau tekanan akustik di permukaan sumber akustik tersebut diketahui. Kadangkala, terdapat kasus dimana karakteristik sumber akustiknya tidak

diketahui dan sumber akustik tersebut tidak dapat didekati karena berbagai hal. Sehingga untuk mengetahuinya, dapat dilakukan dengan cara inversi, dengan cara memanfaatkan informasi akustik di sekitar sumber akustik tersebut.

Solusi untuk masalah di atas tidak selalu dapat diperoleh secara analitik, apalagi jika permasalahan tersebut menyangkut bentuk-bentuk geometri yang tidak teratur. Dalam hal ini penyelesaian secara numerik merupakan suatu alternatif untuk mencari solusinya. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan

untuk memecahkan masalah adalah Metode Elemen Batas (*Boundary Element Method*) (Beker, 1992)

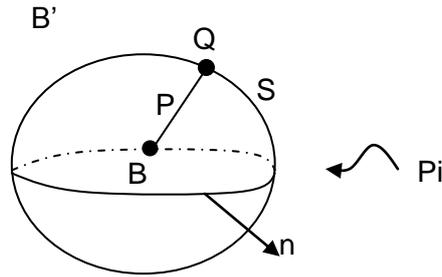
Metode elemen batas telah banyak digunakan untuk memprediksi radiasi bunyi dari/akibat sumber bunyi. Salah satu contoh adalah dalam industri otomotif, khususnya dalam tahap disain, dalam hal memprediksi dan menganalisa kondisi akustik dalam kabin mobil akibat dari emisi bunyi yang ditimbulkan oleh mesin. Jee dan Park (2000) menganalisa bising (*noise*) pada *interior* mobil penumpang yang diakibatkan oleh getaran mesin dan ban dengan metode elemen hingga dan metode elemen batas dan membandingkan keduanya. Mereka menyimpulkan bahwa metode elemen batas lebih baik dalam pemodelan untuk menghasilkan bising yang minimal. Kim dan Ih (1996) menggunakan metode elemen batas untuk menghitung kecepatan, tekanan dan daya akustik pada ruang tertutup yang diujikan pada kabin otomotif skala setengah.

Penelitian ini menyajikan formulasi metode elemen batas untuk mengidentifikasi parameter akustik sumber di domain interior akibat radiasi sumber akustik di ruang tak berhingga (*full space*).

Formulasi Integral Helmholtz untuk Kasus *Interior*

Gelombang akustik adalah gelombang suara yang dapat diartikan oleh pendengaran manusia. Seseorang menerima suara berupa getaran oleh sumber bunyi yang merambat ke medium sekitar sampai pada gendang telinga dalam daerah frekuensi pendengaran manusia.

Persamaan gelombang akustik dapat dinyatakan dengan persamaan Helmholtz. Metode elemen batas didasari oleh persamaan integral Helmholtz. Persoalan akustik interior dapat diilustrasikan (Gambar 1). Benda tiga dimensi dengan permukaan S dimana B adalah domain benda (daerah di dalam benda) yang dibatasi oleh S , B' domain fluida (daerah di luar benda) yang homogen. n adalah vektor normal yang arahnya ke luar dari domain B . P_i adalah gelombang datang. Untuk kasus radiasi, maka benda S adalah sumber yang bergetar dan P_i sama dengan nol. Untuk kasus hamburan, benda S adalah benda penghalang yang menghamburkan gelombang datang P_i . Titik P adalah titik observasi atau titik medan dan Q adalah titik sembarang yang terletak pada permukaan S (Seybert, 1994 dan Wu, 2000).



Gambar 1. Skematika diagram masalah akustik *interior*

Tekanan akustik di sembarang titik P dapat diselesaikan dengan menggu-

$$C^0(P)\phi(P) = \int_S [\Psi(P, Q) \frac{\partial \phi}{\partial n}(Q) - \frac{\partial \Psi}{\partial n}(P, Q) \phi(Q)] dS(Q) \dots\dots\dots (1)$$

dengan $\Psi(P, Q) = \frac{e^{-ikR(P, Q)}}{R(P, Q)}$ adalah

fungsi *Green* di ruang bebas (*Free Space Green Function*) dimana $R(P, Q) = |P - Q|$. Q merupakan suatu titik pada permukaan S, P merupakan suatu titik medan yang dapat berada di B, B', atau di S. $\phi(P)$ adalah nilai tekanan akustik di sembarang titik P sebagai fungsi dari tekanan akustik $\phi(Q)$ dan kecepatan normal $\frac{\partial \phi}{\partial n}(Q)$ pada permukaan S,

$C^0(P)$ menyatakan konstanta geometris yang nilainya bergantung pada posisi titik P. $C^0(P)$ bernilai 4π untuk P berada di dalam B, 2π untuk P yang mempunyai tangen unik atau halus (*smooth*) untuk setiap P pada permukaan S dan 0 untuk P berada

nakan persamaan integral batas kasus *interior* berikut:

pada B' yaitu daerah diluar permukaan S. $C^0(P)$ untuk P pada permukaan S yang tidak halus (diujung atau di tepi) dapat dievaluasi dengan:

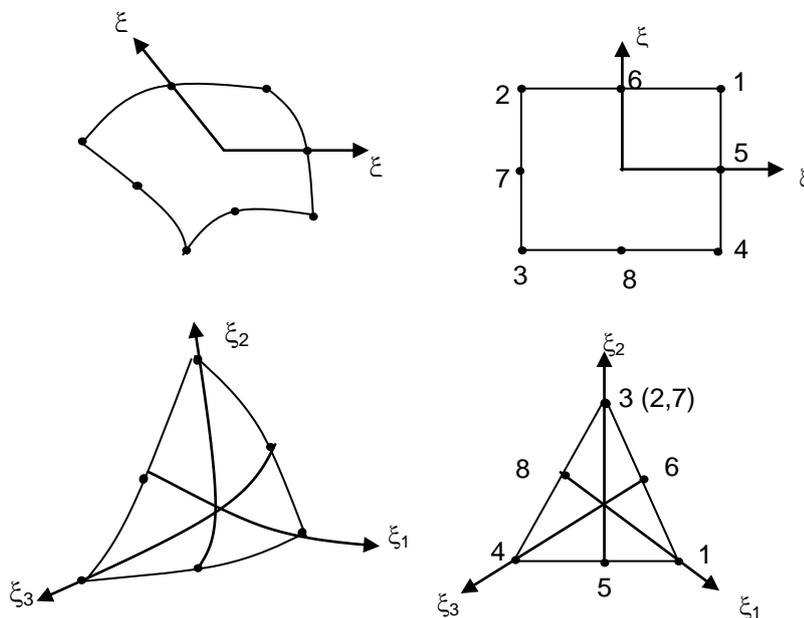
$$C^0(P) = \int_S \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R(P, Q)} \right) dS(Q) \dots(2)$$

Implementasi Numerik dari Metode Elemen Batas (Seybert, 1994 dan Wu, 2000).

Metoda elemen batas adalah metoda numerik yang digunakan untuk mengimplementasikan integral permukaan persamaan 1. Dalam metoda elemen batas hanya permukaan objek saja yang didiskritisasi ke dalam sejumlah elemen dan node. Permukaan objek didiskritisasi menjadi elemen-elemen isoparametrik seperti Gambar 2 (Jee

dan Park, 2000), dimana bentuk permukaan sumber dan variabel akustik pada permukaan sumber direpresentasikan oleh fungsi-fungsi bentuk (interpolasi) orde dua. Ukuran elemen mempengaruhi keakuratan dari metode ini, namun ukurannya tidak boleh terlalu kecil karena mempengaruhi waktu komputasi,

yang terpenting adalah elemen-elemen tersebut dapat merepresentasikan distribusi getaran permukaan objek yang dimodelkan. Terdapat dua jenis elemen yang digunakan, yaitu isoparametrik kurvilinier segi tiga dan segiempat, masing-masing mempunyai jumlah node sebanyak enam dan delapan (Gambar 2).



Gambar 2. Elemen segiempat dan segitiga bentuk kuadratik dan bentuk linear

Koordinat kartesian global x_i ($i = 1, 2, 3$) untuk semua titik pada elemen diasumsikan memiliki relasi dengan koordinat node $x_{i\alpha}$, yaitu

$$x_i(\xi) = \sum_{\alpha} N_{\alpha}(\xi) x_{i\alpha} \dots\dots\dots (3)$$

dengan $\alpha = 1, 2, \dots, 6$ atau 8, dan $N_{\alpha}(\xi)$ adalah fungsi-fungsi bentuk orde dua dari koordinat lokal $(\xi) \cong (\xi_1, \xi_2)$

($-1 \leq \xi \leq 1$). Dengan fungsi-fungsi bentuk yang sama digunakan untuk menginterpolasi variabel-variabel batas ϕ dan $\phi' = \partial\phi/\partial n$. Oleh karena itu, pada tiap elemen m dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\phi_m(\xi) = \sum_{\alpha} N_{\alpha}(\xi) \phi_{m\alpha} \dots\dots\dots (4)$$

dengan $\alpha = 1, 2, \dots, 6$ atau 8

$$\phi'_m(\xi) = \sum_{\alpha} N_{\alpha}(\xi) \phi'_{m\alpha} \dots\dots (5)$$

dengan $\alpha = 1,2,\dots, 6$ atau 8
 $m = 1,2,\dots,NE$
 dengan $\phi_{m\alpha}$ dan $\phi'_{m\alpha}$ adalah nilai-nilai ϕ dan ϕ' pada node α pada elemen m dan NE adalah jumlah elemen.

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\alpha} a_{m\alpha j} \phi_{m\alpha} - \sum_{m=1}^M \sum_{\alpha} b_{m\alpha j} \phi'_{m\alpha} = \phi_j \sum_{m=1}^M C_{mj} \dots\dots\dots (6)$$

dengan $\alpha = 1,2,\dots,6$ atau 8

$$a_{m\alpha j} = \int_{S_m} N_{\alpha}(\xi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR_j(\xi)}}{R_j(\xi)} \right) J(\xi) d\xi$$

$$b_{m\alpha j} = \int_{S_m} N_{\alpha}(\xi) \left(\frac{e^{-ikR_j(\xi)}}{R_j(\xi)} \right) J(\xi) d\xi$$

$$C_{m\alpha j} = \int_{S_m} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R_j(\xi)} \right) J(\xi) d\xi$$

j adalah nomor node global. $R_j(\xi)$ adalah jarak dari node j ke setiap titik Q pada elemen m . S_m adalah daerah elemen ke m dan $J(\xi)$ adalah *Jacobian* dari transformasi isoparametrik. Implementasi numerik dari pers. 6 untuk kasus radiasi dimana titik medan suara P berada pada permukaan S dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$[A] \{\phi\} = [B] \{\phi'\} \dots\dots\dots (7)$$

Untuk titik P terletak di dalam S atau daerah B

$$[C] \{\phi\} + [D] \{\phi'\} = \{ pfp \} \dots\dots (8)$$

dimana $\{\phi\}$ dan $\{\phi'\}$ adalah vektor potensial kecepatan dan kecepatan

Dengan melakukan diskritisasi permukaan S ke dalam NE buah elemen permukaan dan N buah node, dan menggunakan persamaan (3)-(5), persamaan (1) dapat ditulis dalam bentuk (Jee dan Park, 2000),

arah normal n pada tiap node, Matriks $[A]$ dan $[B]$ adalah matriks berukuran $N \times N$, $[C]$ dan $[D]$ adalah matriks koefisien $NFP \times N$ dan $\{ pfp \} = 4\pi \phi_j(P)$, $\phi_j(P)$ adalah nilai tekanan akustik di titik ukur P .

METODE

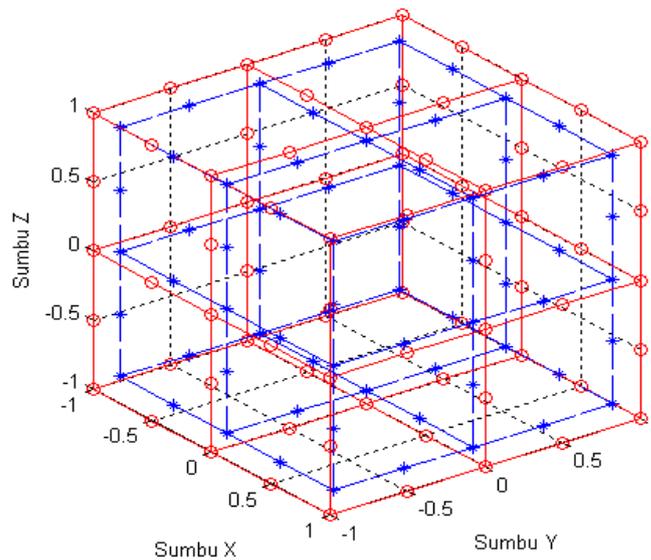
Penelitian ini merupakan penelitian pemodelan dan komputasi dengan menggunakan bahasa fortran. Dalam pelaksanaannya, penelitian ini hanya untuk masalah akustik linear, masalah yang dibahas tidak melibatkan noise pada titik-titik medan dan khusus untuk masalah radiasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Uji kasus ini dilakukan pada ruang tak berhingga dengan bentuk sumber berbentuk kubus dengan ukuran panjang 2 m, lebar 2 m, dan tinggi 2 m. Sumber didiskritisasi menjadi sejumlah elemen-elemen, yang diasumsikan sebagai titik sumber yang meradiasikan gelombang suara yang diukur. Gambar 3 memperlihatkan diskritisasi permukaan sumber kubus menjadi 24 elemen segiempat dan 74 node dan titik-titik medan akustik (garis di dalam kubus).

Uji kasus radiasi dilakukan

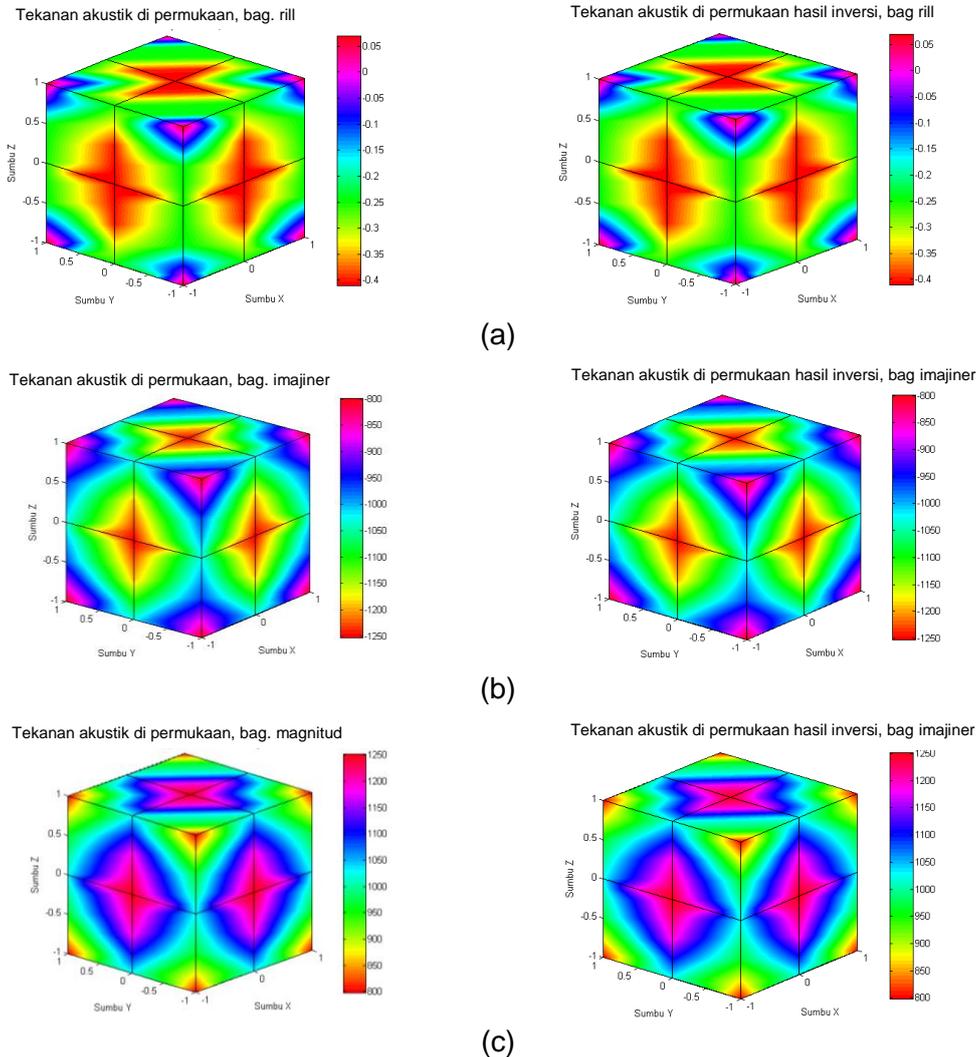
dengan kecepatan normal partikel permukaan sumber 1 m/s pada frekuensi 54,59 Hz. Perhitungan BEM langsung dapat memberikan data tekanan pada permukaan sumber dan tekanan pada titik-titik medan (sebagai data asli). Tekanan ini kemudian digunakan sebagai informasi untuk digunakan pada formulasi inversi. Informasi yang didapatkan digunakan sebagai data masukan untuk menghitung balik data pada permukaan sumber. Hasil tekanan di permukaan sumber hasil inversi tersebut kemudian dibandingkan dengan data asli.



Gambar 3. Diskritisasi permukaan kubus menjadi 24 elemen 74 node

Gambar 4 memperlihatkan visualisasi bagian real, imajiner dan magnituda tekanan akustik permuka-

an kubus bergetar hasil inversi dan data asli. Hasil yang diperoleh menunjukkan kesesuaian yang baik.



Gambar 4. Visualisasi tekanan akustik permukaan sumber kubus dari data asli terhadap hasil inversi. (a) bagian rill, (b) bagian imajiner dan (c) bagian magnituda

KESIMPULAN

Pada makalah ini telah disajikan komputasi parameter (tekanan) akustik permukaan sumber menggunakan metode elemen batas untuk sumber akustik kubus bergetar. Pada metode ini informasi yang diketahui adalah tekanan akustik pada permukaan sumber akustik.

Dari data ini dihitung tekanan akustik di sekitar sumber (medan akustik) dengan metode elemen batas. Informasi akustik pada titik-titik medan gunakan sebagai data masukan pada inversi metode elemen batas. Dari simulasi yang dilakukan untuk kubus bergetar menunjukkan bahwa nilai yang

diperoleh antara data asli dengan hasil inversi menunjukkan kesesuaian yang baik. Sehingga, dalam penelitian lanjutan dapat dikembangkan formulasi inversi MEB untuk kasus sumber akustik lebih dari satu (multi sources) dan juga penggunaan Metode elemen batas yang telah dikembangkan ini untuk kasus distribusi bising dalam bentuk-bentuk yang sembarang/tidak teratur.

DAFTAR PUSTAKA

Becker, A. A. (1992), *The Boundary Element Method in Engineering, A complete course*, McGraw Hill International Edition

Jee, Yi and Park. (2000), *The comparison of BEM and FEM Techniques for the interior Noise Analysis of Passenger Car*, Korea

Kim, B.K., and Ih, J.G. (1996), *On the Reconstruction of the Vibroacoustic Field over the Surface Enclosing an Interior Space Using the Boundary Element Method*, *J. Acoust. Soc. Am.* 100 (5), 3003 – 3016

Seybert, A.F., Wu, T.W., and Wu, X.E. (1994), *Experimental Validation of Finite Element And Boundary Element Methods For Predicting Structural Vibration and Radiated Noise*, Prepared for Propulsion Directorate U.S. Army Aviation Systems Command and Lewis Research Center Under Grant NAG3-912, Lexington, Kentucky

Wu, T.W. (2000), *Boundary Element Acoustics, Fundamental and computer codes*, WIT Pres, University of Kentucky, USA.