Epsilon: Jurnal Matematika Murni dan Terapan
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.17 No.2 (Desember 2023) Hal. 200-209

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN KONSTITUEN DALAM PEMILIHAN UMUM PRESIDEN DENGAN ADANYA MEDIA MASSA

Muhammad Anshar[1*], Faisal[2a], Aprida Siska Lestia[2a]

[1]Mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
[2]Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
[a]Kelompok Keahlian: Matematika Lingkungan dan Industri
Jl. A. Yani KM. 36, Banjarbaru 70714, Kalimantan Selatan
*e-mail: *muhammadanshar548@gmail.com*

ABSTRACT

The presidential election is the process of selecting people to fill the presidency, in Indonesia direct presidential elections have been held since 2014. The popularity of a candidate is affected by exposure of news from the mass media. News from the mass media can spread from one individual or group to another, thus it can influence the behavior of a constituent, and an epidemiological model can be used. The purpose of this research was to explain the formation of the model, determine the equilibrium point, analyze the stability at the equilibrium point, performing a simulation, and determine the numerical solution. This research was carried out firstly by making the assumptions used in the formation of the model, then determining the equilibrium point of the model. After that, the stability of the equilibrium point will be analyzed by linearizing the model so that the Jacobian matrix was obtained, determining the eigenvalues of the Jacobian matrix, performing a simulation, and determine the numerical solution using the parameters of the 2014 presidential election results and with the fifth order Runge-Kutta method. The result of this study was the formation of two a mathematical model for the distribution of constituents in the presidential election with the existence of mass media, namely when the proportion of constituents affected by positive news is zero and non-zero. Based on this model when the proportion of constituents affected by positive news is zero, two equilibrium points were obtained, namely the equilibrium point free of constituents supporting political figures (E_0) and the equilibrium point of constituents supporting political figures (E_1). Then, based on the model when the proportion of constituents affected by positive news is non-zero, the equilibrium point of the political figure supporting constituents (E^*) is obtained. From the stability analysis of the equilibrium point E_0 and equilibrium point E^*, local asymptotic stability was obtained, and from the numerical simulations, it was obtained that the difference in the vote acquisition.

Keywords: Presidential election, mass media, epidemiological model

ABSTRAK

Pemilihan presiden merupakan proses pemilihan orang yang akan mengisi jabatan presiden, di Indonesia pemilihan presiden secara langsung telah dilaksanakan sejak tahun 2014. Popularitas seorang calon dipengruhi oleh terpaan berita dari media massa. Berita dari media massa dapat berpindah dari satu individu atau kelompok kepada individu atau kelompok lain sehingga dapat mempegaruhi perilaku seorang konstittuen, sehingga dapat digunakan model epidemiologi. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model, menentukan titik ekuilibrium, menganalisa kestabilan di titik ekuilibrium, membuat simulasi dan menentukan solusi numerik. Penelitian ini dilakukan dengan membuat asumsi-asumsi yang digunakan pada pembentukan model, kemudian akan dicari titik ekuilibrium dari model tersebut, selanjutnya dianalisa kestabilan titik ekuilibrium dilakukan dengan melinearisasi model sehingga diperoleh matriks Jacobian dan

menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian, membuat simulasi dan menentukan solusi numerik dengan mengunakan parameter-paramter hasil pemilihan presiden tahun 2014 dan dengan metode Runge-Kutta orde lima. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya dua model matematika penyebaran konstituen dalam pemilihan umum presiden dengan adanya media massa, yaitu pada saat proporsi konstituen yang dipengaruhi adanya berita positif bernilai nol ($\varepsilon = 0$) dan tidak bernilai nol bernilai nol ($0 < \varepsilon < 1$). Berdasarkan model saat $\varepsilon = 0$ tersebut diperoleh dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas konstituen pendukung figur politik (E_0) dan titik ekuilibrium konstituen pendukung figur politik (E_1). Kemudian Berdasarkan model saat $0 < \varepsilon < 1$ tersebut diperoleh titik ekuilibrium konstituen pendukung figur politik (E^*). Analisis kestabilan titik ekuilibrium E_0 dan titik ekuilibrium E^* diperoleh stabil asimtotik lokal dan hasil simulasi dari dua pasangan calon diperoleh bahwa terdapat selisih konstituen yang mendukung.

Kata kunci: Pemilihan presiden, media massa, model epidemiologi.

Received: 12 September 2023, Accepted: 22 November 2023, Published: 1 Desember 2023

PENDAHULUAN

Pemilihan umum (Pemilu) adalah proses pemilihan orang-orang untuk mengisi jabatan-jabatan politik tertentu. Jabatan-jabatan tersebut beraneka ragam salah satunya adalah presiden (Huda, 2018). Pemilu pertama di Indonesia pada tahun 1955 dan merupakan pemilihan tidak langsung. Pemilu langsung telah dilaksanakan pada tahun 2004 (Yong dan Samat, 2018).

Popularitas seorang calon dipengaruhi oleh berita baik secara langsung maupun dari media massa, yaitu media elektronik (televisi, radio atau media sosial) dan media cetak seperti surat kabar (Mujani dan Liddle, 2013). Berita dari dapat berpindah dari satu individu atau kelompok kepada individu atau kelompok lain, penyebaran berita tersebut terjadi setelah adanya suatu pemberitaan dari salah satu pihak (Ningsih dan Soleh, 2016) .

Pemodelan matematika adalah salah satu bidang kajian matematika yang berusaha menjelaskan fenomena pada dunia nyata dalam bahasa matematika untuk memberikan pemahaman yang tepat terhadap masalah tersebut. Model matematika biasanya diaplikasikan di bidang kesehatan, misalnya pada kajian tentang epidemiologi yang dikenal dengan model matematika epidemiologi di antaranya adalah model *SIRS*. Model *SIRS* merupakan pengembangan model *SIR*. Individu yang sembuh hanya memiliki kekebalan sementara setelah mereka sembuh dari infeksi. Selain itu, banyak fenomena sosial yang dinamis dapat dimodelkan menggunakan model matematika epidemiologi (Brauer dan Chavez, 2010). Salah satu fenomena sosial yang ada dimasyarakat yang bisa dimodelkan adalah pada proses pemilihan umum.

Penelitian ini mengkaji ulang penelitian Yong (2021) serta memperbaiki model *SIRS* penyebaran konstituen, menentukan titik ekuilibrium, menganalisa kestabilan di titik ekuilibrium, membuat simulasi dan menentukan solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutte Orde Lima.

TINJAUAN PUSTAKA

Sistem Persamaan Diferensial

Sistem Persamaan Diferensial (SPD) adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan diferensial. SPD diklasifikasikan menjadi dua, yaitu SPD linear dan SPD *nonlinear*. Bentuk umum SPD linear orde satu (Boyce et al., 2017), yaitu:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{g} \tag{1}$$

dengan $\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ dan $\boldsymbol{g} = \begin{pmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \\ \vdots \\ g_n(t) \end{pmatrix}$

Definisi 1 (Cain dan Reynolds, 2010)

Sistem persamaan diferensial biasa pada Persamaan (1) dikatakan homogen jika vektor $\boldsymbol{g}$ adalah vektor nol. Jika tidak, sistem nonhomogen.

Kemudian bentuk umum SPD *nonlinear* orde satu sebagai berikut:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

dengan $\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{f} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix}$ dan $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

Titik Ekuilibrium

Definisi 2 (Perko, 2000)

Suatu titik $\overline{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^n$ disebut titik ekuilibrium dari Persamaan (2), jika $\boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}) = \boldsymbol{0}$.

Analisis Kestabilan

Menurut Esfandiari dan Lu (2018) menyatakan Persamaan (2) dapat diekspansi menggunakan deret Taylor disekitar titik ekuilibrium $\overline{\boldsymbol{x}} = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, \dots, \overline{x}_n)$. Adapun linearisasi dari Persamaan (2) adalah sebagai berikut:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x} - \overline{\boldsymbol{x}}) \tag{3}$$

dengan $\boldsymbol{J}$ adalah matriks Jacobian yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J} = \left(\frac{\partial f(\overline{\boldsymbol{x}})}{\partial x}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

Teorema 1 (Anton, et al., 2019)
Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks $n \times n$, maka λ adalah nilai eigen dari $\boldsymbol{A}$ jika dan hanya jika memenuhi persamaan

$$\det(\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}) = 0 \tag{4}$$

dengan $\boldsymbol{I}$ adalah matriks identitas, sehingga Persamaan (4) disebut persamaan karakteristik dari matriks $\boldsymbol{A}$.

Bilangan reproduksi dasar

Driessche dan Watmough (2002) menyatakan bilangan reproduksi dasar (*Basic Reproduction Number*) dinotasikan dengan $\mathcal{R}_0$ adalah jumlah rata-rata individu infeksi sekunder akibat tertular individu infeksi primer yang berlangsung di dalam populasi rentan (*Susceptible*). Adapun ambang batas potensi penyebaran penyakit dalam suatu populasi yaitu:

a. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$: maka infeksi akan menghilang seiring waktu.
b. Jika $\mathcal{R}_0 > 1$: maka infeksi akan menyebar dalam suatu populasi.

Kemudian, dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* diperoleh $\mathcal{R}_0$ sebagai berikut:

$$\mathcal{R}_0 = \rho(\boldsymbol{FV^{-1}}) \tag{5}$$

dengan $\rho(\boldsymbol{FV^{-1}}) = \max|\lambda_i|$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n$.

Kriteria Routh-Hurwits

Untuk menganalisa sifat kestabilan digunakan nilai eigen dari matriks Jacobian di titik ekuilibrium. Namun, biasanya nilai eigen dapat ditentukan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Niu dan Wang (2008) menyatakan kriteria Routh-Hurwitz sebagai berikut:
Diberikan persamaan polinomial karakteristik sebagai berikut:

$$P(\lambda) = \alpha_0\lambda^n + \alpha_1\lambda^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}\lambda + \alpha_n \tag{6}$$

dimana $\alpha_0 > 0$ dan α_k dengan $k = 1, 2, \ldots, n$ adalah bilangan real. Matriks Hurwitz untuk persamaan polinomial (6) adalah suatu matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ yang berbentuk sebagai berikut:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \cdots & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix} \tag{7}$$

kemudian determinan Hurwitz ke-n dapat dinotasikan dengan Δ_k *untuk* $k = 1, 2, \dots, n$ *yang dibentuk dari matriks Hurwitz pada Persamaan (7), diperoleh sebagai berikut*:

$$\Delta_1 = |\alpha_1|,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha_0 & \alpha_2 \end{vmatrix},\ \dots,\ \Delta_n = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \cdots & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_n \end{vmatrix}$$

semua akar Persamaan (6) adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari semua matriks Hurwitz (7) adalah positif,

$$\Delta_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Teorema 2 (Bellomo, et al., 2000)
Jika λ_i *merupakan nilai eigen dari matriks Jacobian* $n \times n$ *di titik ekuilibrium* $\overline{\boldsymbol{x}}$ *dan* $Re(\lambda_i)$ *merupakan bagian real dari* λ_i *maka*:

1. *Untuk setiap* $i = 1, 2, \dots, n$, $Re(\lambda_i) < 0$, $\overline{\boldsymbol{x}}$ *stabil asimtotik.*
2. *Jika terdapat* $Re(\lambda_i) > 0$, *untuk suatu* i, $\overline{\boldsymbol{x}}$ *tidak stabil.*

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah membuat asumsi-asumsi dalam pembentukan model, menentukan titik ekuilibrium model menggunakan Definisi 2, menentukan bilangan reproduksi dasar menggunakan *Next Generation Matrix*, menganalisis kestabilan dilakukan dengan menggunakan nilai eigen dari matriks Jacobian, Kriteria Routh-Hurwitz dan Teorema 2 di titik ekuilibrium, membuat simulasi dan menentukan solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde lima dikarenakan Metode Runge-Kutta orde 5 memiliki akurasi yang lebih tinggi yang akan menghasilkan solusi yang lebih mendekati solusi eksak dari persamaan diferensial.

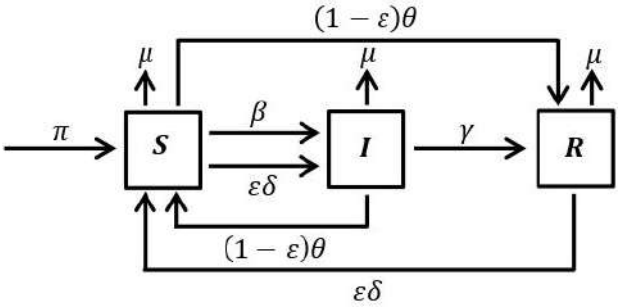
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembentukan Model Matematika Penyebaran Konstituen Dalam Pemilihan Umum Presiden Dengan Adanya Media Massa

Pembentukan model matematika dapat didasarkan pada tiga subpopulasi ,yaitu subpopulasi *Susceptible* (netral) dengan jumlah *Susceptible* yang dinotasikan $S(t)$, subpopulasi *Infected* (mendukung) dengan jumlah *Infected* yang dinotasikan dengan $I(t)$ dan subpopulasi *Recovered* (tidak mendukung) dengan jumlah *Recovered* yang dinotasikan dengan $R(t)$. Total jumlah populasi $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ dan diasumsikan konstan. Adapun asumsi-asumsi yang digunakan yaitu, konstituen baru yang masuk kedalam subpopulasi *Susceptible* sama dengan konstituen yang keluar di setiap subpopulasi. Setiap konstituen netral yang berinteraksi dengan konstituen yang mendukung figur politik akan masuk kedalam subpopulasi *Infected*. Berita baik (positif) terkait figur politik dari media massa

dapat mempengaruhi subpopulasi *Susceptible* menjadi subpopulasi *Infected* dan juga subpopulasi *Recovered* menjadi subpopulasi *Susceptible*. Selain itu berita tidak baik (negatif) terkait figur politik dari media massa dapat mempengaruhi subpopulasi *Infected* menjadi subpopulasi *Susceptible* dan subpopulasi *Susceptible* menjadi subpopulasi *Recovered*. Setiap konstituen yang mendukung figur politik yang kehilangan minat terhadap figur politik yang didukung akan masuk kedalam subpopulasi *Recovered*.

Berikut diagram alir model ini adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Kompartemen Alir Model Matematika Penyebaran Konstituen

Berdasarkan Gambar 1, maka parameter-parameter yang digunakan pada model ini dapat diartikan sebagai berikut:

π : Laju bertambahnya konstituen.
μ : Laju berkurangnya konstituen.
β : Laju pengaruh interaksi konstituen netral dengan konstituen yang mendukung figur politik.
γ : Laju kehilangan minat mendukung.
δ : Laju penyebaran berita baik atau berita positif.
θ : Laju penyebaran berita tidak baik atau berita negatif.
ε : Proporsi konstituen yang dipengaruhi berita baik atau berita positif.

Kemudian berdasarkan Gambar 1, diperoleh model matematika penyebaran konstituen dalam pemilihan umum presiden dengan adanya media massa sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \pi + (1-\varepsilon)\theta I + \varepsilon\delta R - \mu S - \frac{\beta SI}{N} - \varepsilon\delta S - (1-\varepsilon)\theta S \\
\frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} + \varepsilon\delta S - \mu I - \gamma I - (1-\varepsilon)\theta I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I + (1-\varepsilon)\theta S - \mu R - \varepsilon\delta R
\end{aligned} \tag{8}$$

karena total populasi masuk dan keluar dari sistem sama sehingga diperoleh $\pi = \mu(S+I+R) = \mu N$ atau $N = \frac{\pi}{\mu}$.

Kemudian dari Persamaan (8) dapat dibentuk kedalam model *non-dimensional*, dengan masing-masing subpopulasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

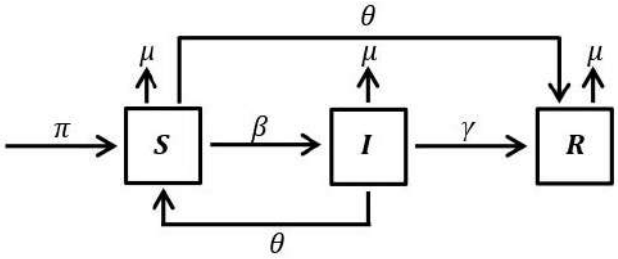
$$s = \frac{S}{N}, i = \frac{I}{N} \text{ dan } r = \frac{R}{N}$$

sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu + (1-\varepsilon)\theta i + \varepsilon\delta r - \mu s - \beta s i - \varepsilon\delta s - (1-\varepsilon)\theta s \\
\frac{di}{dt} &= \beta s i + \varepsilon\delta s - \mu i - \gamma i - (1-\varepsilon)\theta i \\
\frac{dr}{dt} &= \gamma i + (1-\varepsilon)\theta s - \mu r - \varepsilon\delta r
\end{aligned} \tag{10}$$

a. Model pada saat proporsi konstituen yang terpengaruh adanya berita positif benilai nol ($\varepsilon = 0$)

Model pada saat $\varepsilon = 0$ memiliki bentuk diagram alir sebagai berikut:



Gambar 2. Kompartemen Alir Model saat $\boldsymbol{\varepsilon = 0}$.

Kemudian berdasarkan Gambar 2, diperoleh model saat $\varepsilon = 0$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \pi + \theta I - \mu S - \frac{\beta S I}{N} - \theta S \\
\frac{dI}{dt} &= \frac{\beta S I}{N} - \mu I - \gamma I - \theta I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I + \theta S - \mu R
\end{aligned} \tag{11}$$

Kemudian bentuk model *non-dimensional* Persamaan (11) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu + \theta i - \mu s - \beta s i - \theta s \\
\frac{di}{dt} &= \beta s i - \mu i - \gamma i - \theta i \\
\frac{dr}{dt} &= \gamma i + \theta s - \mu r
\end{aligned} \tag{12}$$

b. Model pada saat proporsi konstituen yang terpengaruh adanya berita positif tidak benilai nol ($0 < \varepsilon < 1$)

Model pada saat $0 < \varepsilon < 1$ memiliki bentuk diagram alir yang dinyatakan pada Gambar 1, dan model matematika yang dinyatakan pada Persamaan (10).

Titik Ekuilibrium Model

Titik ekuilibrium model saat $\varepsilon = 0$, yaitu titik ekuilibrium bebas konstituen pendukung figur politik $E_0(s,i,r) = \left(\frac{\mu}{\mu+\theta}, 0, \frac{\theta}{\mu+\theta}\right)$ dan titik ekuilibrium konstituen pendukung figur politik $E_1(s,i,r) = \left(\frac{\mu+\gamma+\theta}{\beta}, \frac{(\mu+\theta)(\mu+\gamma+\theta)}{\beta(\mu+\gamma)}(\mathcal{R}_0 - 1), \frac{(\mu+\gamma+\theta)\left(\theta(\mu+\gamma)+\gamma(\mu+\theta)(\mathcal{R}_0-1)\right)}{\beta(\mu+\gamma)\mu}\right)$ dengan $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta\mu}{(\mu+\theta)(\mu+\gamma+\theta)}$.

Kemudian titik ekuilibrium model saat $0 < \varepsilon < 1$, yaitu titik ekuilibrium konstituen pendukung figur politik $E^*(s,i,r) = \left(\frac{(\mu+\gamma+(1-\varepsilon)\theta)i}{\beta i+\varepsilon\delta}, \frac{(\mu-\varepsilon\delta-(1-\varepsilon)\theta)s-\mu-\varepsilon\delta r}{(1-\varepsilon)\theta-\beta s}, \frac{\gamma i+(1-\varepsilon)\theta s}{\mu+\varepsilon\delta}\right)$.

Analisis Kestabilan Model

Matriks Jaciboan dari sistem Persamaan (12) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} -\mu-\beta i-\theta & \theta-\beta s & 0 \\ \beta i & \beta s-\mu-\gamma-\theta & 0 \\ \theta & \gamma & -\mu \end{pmatrix} \quad (13)$$

dengan mensubtitusikan E_0 ke Persamaan (13) akan diperoleh matriks Jacobian di persekitaran E_0 yang kemudian diperoleh nilai eigen yaitu: $\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = -(\mu+\theta)$, $\lambda_3 = -\big((\mu+\gamma+\theta)(1-\mathcal{R}_0)\big)$ dengan $\mathcal{R}_0 < 1$, dikarenakan λ_1, λ_2 dan λ_3 bernilai negatif $(Re(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) < 0)$ sehingga E_0 stabil asimtotik.

Kemudian, matriks Jaciboan dari sistem Persamaan (10) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{J} = \begin{pmatrix} -\mu-\beta i-\varepsilon\delta-(1-\varepsilon)\theta & (1-\varepsilon)\theta-\beta s & \varepsilon\delta \\ \beta i+\varepsilon\delta & \beta s-\mu-\gamma-(1-\varepsilon)\theta & 0 \\ (1-\varepsilon)\theta & \gamma & -\mu-\varepsilon\delta \end{pmatrix} \quad (14)$$

dengan mensubtitusikan E^* ke Persamaan (14) akan diperoleh matriks Jacobian di persekitaran E^* yang kemudian diperoleh nilai eigen yaitu: $\lambda_1 = -\mu$, untuk λ_2 dan λ_3 diperoleh dari $\alpha_0\lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_2$, dengan $\alpha_1 = 2\mu + (-2\theta+2\delta)\varepsilon + 2\theta + (-s^*+i^*)\beta + \gamma$ dan $\alpha_2 = \mu^2 + \big((-2\theta+2\delta)\varepsilon + 2\theta + (-s^*+i^*)\beta + \gamma\big)\mu + (\theta^2-\delta\theta+\delta^2)\varepsilon^2 + \big(-2\theta^2 + (\beta s^*+\delta-\gamma)\theta - \big((s^*-i^*)\beta - 2\gamma\big)\delta\big)\varepsilon + \theta^2 + (-\beta s^*+\gamma)\theta + \gamma\beta i^*)$. Nilai eigen λ_2 dan λ_3 bernilai negatif pada saat $\Delta_1 = \alpha_1 > 0$ dengan $i^* > s^*$ dan $\Delta_2 = \alpha_1\alpha_2 = \Delta_1\alpha_2 > 0$ dengan $\mu^2 + (2\delta\varepsilon+\gamma)\mu + (\delta\varepsilon)^2 + 2\gamma\delta\varepsilon + \gamma\beta i^* > \beta s^*(1-\varepsilon)\theta$, karena diperoleh λ_1, λ_2 dan λ_3 bernilai negatif $(Re(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) < 0)$ sehingga E^* stabil asimtotik.

Simulasi dan Solusi Numerik Model

Simulasi dan solusi numerik E^* menggunakan nilai awal serta beberapa parameter pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut:

Tabel 1. Nilai awal titik $\boldsymbol{E^*}$

Variabel	Nilai Awal Pasangan Calon 1	Nilai Awal Pasangan Calon 2

$s(0)$	0,607	0,607
$i(0)$	0,142	0,251
$r(0)$	0,251	0,142

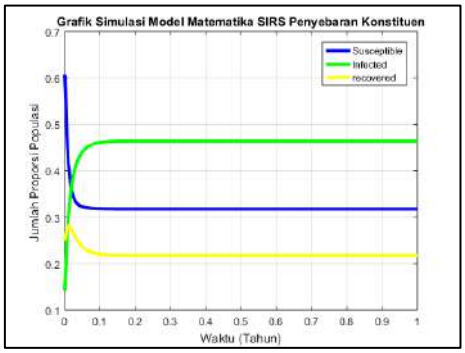
(Sumber: Yong, 2021).

Tabel 2. Nilai parameter titik $\boldsymbol{E}^*$

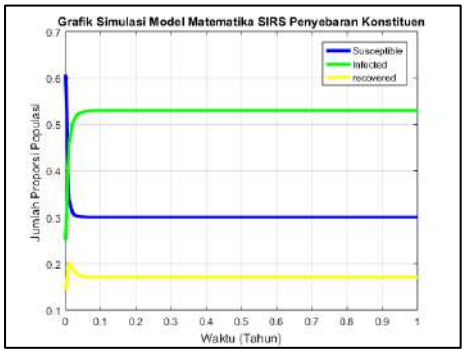
Parameter	Nilai Parameter Pasangan Calon 1 (tahun)	Nilai Parameter Pasangan Calon 2 (tahun)
μ	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{58}$
β	0,033883447	0,051897431
γ	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
δ	504	780
θ	36	60
ε	0,095	0,12

(Sumber: Yong, 2021).

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2 diperoleh grafik simulasi numerik untuk E^* pasangan calon 1 dan pasangan calon 2 sebagai berikut:



Gambar 3. Simulasi numerik untuk titik ekuilibrium $\boldsymbol{E}^*$ pasangan calon 1



Gambar 4. Simulasi numerik untuk titik ekuilibrium $\boldsymbol{E}^*$ pasangan calon 2

Pada Gambar 3, terlihat bahwa konstituen netral menurun dari 60,70% menjadi 31,78%, konstituen mendukung meningkat dari 14,20% menjadi 46,41% dan konstituen tidak mendukung menurun dari 25,10% menjadi 21,81%. Kemudian pada Gambar 4, terlihat bahwa konstituen netral menurun dari 60,70% menjadi 30%, konstituen mendukung meningkat dari 25,10% menjadi 52,97% dan konstituen tidak mendukung meningkat dari 14,20% menjadi 17,03%. Hasil penelitian ini sejalan dengan hasil penelitian Yong pada tahun 2021.

KESIMPULAN

Dalam satu tahun konstituen mendukung pasangan calon 1 sebesar 46,41% dan pasangan calon 2 sebesar 52,97%. Selisih konstituen yang mendukung kedua kandidat sebesar 6,56% dan konstituen yang dapat berubah dukungan sebesar 0,62%.

REFERENSI

Anton, H., et al. (2019). *Elementary Linear Algebra, 12th Edition*. John Wiley & Sons.

Bellomo, N., et al. (2000). *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica*. Springer.

Boyce, W., et al. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems* (7th ed.). John Wiley and Sons.

Brauer, F., & Chavez, C. C. (2010). *Texts in Applied Mathematics Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology* (2nd ed.). Springrer-Verlag.

Cain, J. W., & Reynolds, A. M. (2010). *Ordinary and Partial Differential Equations*. Center for Teaching Excellence at vcu.

Driessche, P. V. D., & Watmough, J. (2002). Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*. Vol. 180(2), 29–48.

Esfandiari, R. S., & Lu, B. (2018). *Modeling and Analysis of Dynamic Systems.* (3rd ed.). CRC Press.

Huda, N. (2018). *Hukum Partai Politik Dan Pemilu Di Indonesia*. Fokusmedia.

Mujani, S., & Liddle, R. W. (2013). The Effect Of The Presidental Candidacy Joko widodo On The Electability Of Political Parties. *Harian Sinar Harapan*.

Ningsih, R. S., & Soleh, M. (2016). Model Pemilihan Kepala Daerah Dalam Kompetisi Memperoleh Dukungan (Responden). *Eksakta*. Vol. 1(1), 46–55.

Niu, W., & Wang, D. (2008). Algebraic Approaches to Stability Analysis of Biological Systems. *Mathematics in Computer Science*. Vol. 1(3), 507–539.

Perko, L. (2000). *Differential Equations and Dynamical Systems* (3rd ed.). Springer.

Yong, B. (2021). A Mathematical Modelling and Numerical Simulation of the SIRS Political Fanaticism Figure Voters Model with Presence of Media in Indonesian Presidential Election. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1752(1), 1–7.

Yong, B., & Samat, N. A. (2018). The SIR Political Fanaticism Figure Voters Model for Estimating Number of Votes in Indonesian Presidential Elections. *Model Assisted Statistics and Applications*. Vol. 13(3), 279–286.