



PENENTUAN PREMI TUNGGAL BERSIH ASURANSI JIWA BERJANGKA BERDASARKAN STATUS *MULTIPLE DECREMENT*

Fitriani, Aprida Siska Lestia, Yuana Sukmawaty

Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat

Jl. A. Yani KM. 36, Banjarbaru 70714, Kalimantan Selatan

Email: fitrianimatahari@gmail.com

ABSTRACT

Insurance is an attempt of risk diversion by the insured person to the insurance company. The risk is referred to the future event that will potentially cause a financial loss. Based on many risk factors, the status of insurance was divided into a single decrement and a multiple decrement. In single decrement, the only factor caused benefit payment is death, while in multiple decrement there is more than one factors caused benefit payment. As a consequence, beside the random variable of time until termination T , there is another random variable appears that is the cause of decrement J . The aim of this study was to describe the development process of a multiple decrement table and determine net single premium based on multiple decrement status. This study was conducted by describing the construction process of components in the multiple decrement table using joint distribution and marginal distribution for each random variable. This study is a various equation for constructing a multiple decrement table was obtained. That probability equation was also used to form the net single premium equation of term insurance based on multiple decrement status by using probability function of time until termination and cause of termination.

Keywords: *Term Insurance, Multiple Decrement, Net Single Premium*

ABSTRAK

Asuransi adalah sebuah bentuk pengalihan risiko dari tertanggung kepada perusahaan asuransi. Risiko yang dimaksud berupa kejadian pada masa akan datang yang berpotensi mengakibatkan kerugian finansial. Berdasarkan banyaknya faktor risiko, status asuransi dibagi menjadi dua yaitu *single decrement* dan *multiple decrement*. Pada *single decrement* faktor penyebab terjadinya pembayaran santunan hanya berupa kematian, sedangkan dalam *multiple decrement* terdapat lebih dari satu faktor yang dipertimbangkan. Konsekuensinya, selain variabel acak waktu hingga terjadi kegagalan T , muncul variabel acak lainnya yaitu penyebab kegagalan J . Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan proses terbentuknya tabel *multiple decrement* dan menentukan premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka berdasarkan status *multiple decrement*. Penelitian ini dilakukan dengan menjelaskan proses terbentuknya komponen yang membangun tabel *multiple decrement* menggunakan sebaran peluang bersama dan sebaran peluang marginal masing-masing variabel acak. Dari penelitian ini diperoleh berbagai persamaan yang digunakan untuk membangun sebuah table *multiple decrement*. Persamaan peluang itu pula yang digunakan dalam



membentuk rumusan premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka berdasarkan status *multiple decrement* dengan menggunakan fungsi peluang waktu hingga terjadinya kegagalan dan faktor penyebab kegagalan.

Kata Kunci: Asuransi Jiwa Berjangka, Multiple Decrement, Premi Tunggal Bersih

1. PENDAHULUAN

Asuransi adalah salah sebuah bentuk pemindahan risiko dari tertanggung kepada penanggung yang disebut perusahaan asuransi melalui sebuah kontrak tertulis. Kontrak ini disebut dengan polis asuransi. Sedangkan, risiko yang dimaksud merupakan segala kemungkinan dimasa mendatang yang dapat mengakibatkan kerugian secara finansial. Dilihat dari banyaknya risiko yang terlibat, asuransi jiwa dibagi menjadi *single decrement* yang hanya memperhatikan faktor kematian dan *multiple decrement* yang memperhatikan lebih dari satu faktor terjadinya kegagalan, yang dinyatakan sebagai variabel acak J yang menyatakan faktor penyebab kegagalan.

Terdapat beberapa faktor kegagalan yang mungkin akan mendatangkan risiko finansial bagi seseorang, seperti cacat akibat kecelakaan sehingga tidak dapat lagi bekerja, dipecat dari pekerjaan, dan masih banyak lagi. Tentunya faktor-faktor tersebut akan memberikan pengaruh terhadap penentuan peluang terjadinya kegagalan. Dalam pemodelan Asuransi Jiwa, perhitungan peluang dengan melibatkan banyak faktor tersebut, pada akhirnya akan berpengaruh kepada penentuan premi. Jika dalam model *single decrement* perhitungan hanya bergantung pada distribusi sisa usia, T yang merupakan sebuah variabel acak kontinu, maka dalam penelitian ini peluang akan pula melibatkan distribusi J , yang merupakan variabel acak diskrit. Kombinasi kedua distribusi ini akan digunakan untuk membangun peluang kegagalan yang selanjutnya akan digunakan untuk menentukan premi.

2. TINJAUAN PUSTAKA

a. Teori Peluang

Fungsi kepadatan peluang variabel acak diskrit dan kontinu dinyatakan sebagai berikut:

Definisi 1 [10]

Himpunan bilangan berurutan $(x, f(x))$ adalah fungsi peluang atau sebaran peluang dari variabel acak diskrit X , untuk setiap $x \in S$

$$\sum_x f(x) = 1 \quad (1)$$

Dalam [1], kejadian saling bebas didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2

Fungsi $f(x)$ adalah fungsi kepadatan peluang (pdf) dari variabel acak kontinu X , didefinisikan oleh himpunan bilangan real jika



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (2)$$

Sedangkan, fungsi distribusi kumulatif variabel acak diskrit dan kontinu dinyatakan sebagai berikut:

Definisi 3

Fungsi distribusi kumulatif (CDF) dari sebuah variabel acak diskrit X dengan distribusi peluang $f(x)$ adalah

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t), \quad -\infty < x < \infty \quad (3)$$

Definisi 4

Fungsi distribusi kumulatif (CDF) dari sebuah variabel acak kontinu X dengan distribusi peluang $f(x)$ adalah

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, \quad -\infty < x < \infty \quad (4)$$

Definisi 5 [1]

Fungsi kepadatan peluang bersama dari k -dimensi variabel acak diskrit $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ didefinisikan dengan

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = \Pr[X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k]$$

Untuk semua nilai yang mungkin $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ dari k .

Notasi $[X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k]$ menyatakan irisan dari k kejadian yang dinyatakan $[X_1 = x_1] \cap [X_2 = x_2] \cap \dots \cap [X_k = x_k]$

Persamaan pada Definisi 5 dapat ditulis sebagai

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = \Pr[X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k] \quad (5)$$

Definisi 6 [1]

Jika pasangan (X_1, X_2) dari variabel acak diskrit memiliki fungsi kepadatan peluang bersama $f(x_1, x_2)$, maka distribusi peluang marginal dari X_1 dan X_2 adalah

$$f_1(x_1) = \sum_{x_2} f(x_1, x_2) \quad (6)$$

dan

$$f_2(x_2) = \sum_{x_1} f(x_1, x_2) \quad (7)$$

Definisi 7

Jika pasangan (X_1, X_2) dari variabel acak kontinu memiliki fungsi kepadatan peluang bersama $f(x_1, x_2)$, maka distribusi peluang marginal dari X_1 dan X_2 adalah

$$f_1(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2)dx_2 \quad (8)$$

dan

$$f_2(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2)dx_1 \quad (9)$$

b. Distribusi Sisa Usia

Dalam [2], jika x meninggal pada usia X maka $T(x) = X - x$ menyatakan waktu hidup yang tersisa dari x . Fungsi distribusi kumulatif dari $T(x)$ adalah sebagai berikut

$$F_{T(x)}(t) = {}_tq_x \quad (10)$$

Simbol ${}_tq_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x tahun akan meninggal dalam jangka waktu t tahun dengan kata lain meninggal sebelum usia $x + t$ tahun. Sedangkan fungsi peluang bertahan hidupnya seseorang berusia x akan hidup hingga usia $x + t$ tahun dinyatakan sebagai berikut

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x \quad (11)$$

c. Laju Kematian (Force of Mortality)

Laju kematian dinyatakan dengan

$$\mu(x) = \frac{f_X(x)}{1 - F_X(x)} \quad (12)$$

Hubungan laju kematian dan peluang bertahan yaitu

$${}_np_x = e^{-\int_0^n \mu(x+s) ds} \quad (13)$$

d. Hubungan Fungsi Tabel Mortalitas dan Distribusi Sisa Usia

Definisi 11 Tabel Mortalitas (Sembiring, 1986)

Tabel mortalitas adalah tabel yang disusun berdasarkan data yang dikumpulkan dari sekelompok orang peserta asuransi dengan kondisi sama yang berisi riwayat kehidupan dari sekelompok orang tersebut.

Jumlah orang yang meninggal antara usia x tahun dan $x + n$ tahun dari l_0 yaitu

$${}_nd_x = l_x - l_{x+n} \quad (14)$$

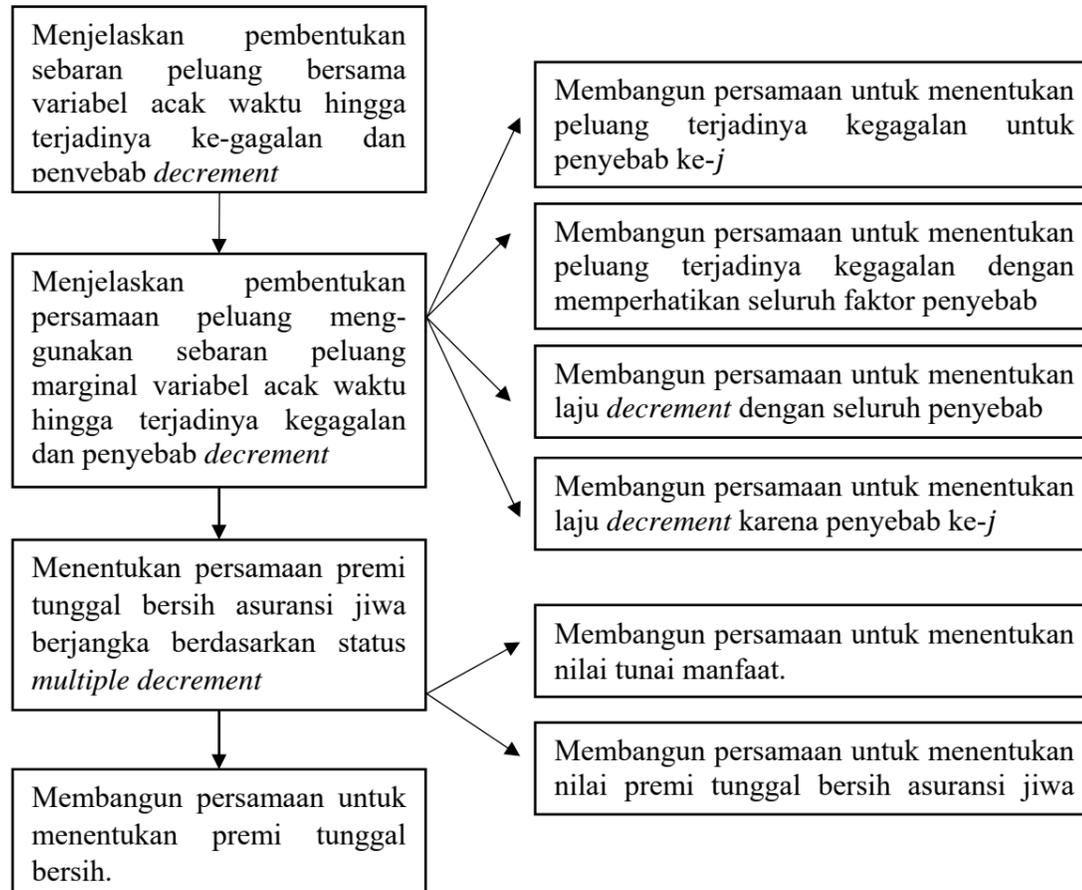
e. Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Berjangka

Suatu asuransi apabila memberikan uang pertanggungannya pada ahli waris tertanggung ketika tertanggung meninggal sejak disetujuinya polis asuransi hingga jangka waktu tertentu selama n tahun disebut sebagai asuransi berjangka. Premi tunggal bersih untuk asuransi berjangka n -tahun dengan pembayaran manfaat kematian (x) adalah $E[Z]$, dinotasikan $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1$ dengan Z adalah fungsi dari T

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 = E[Z] = E[z_T] = \int_0^\infty z_t f_T(t) dt = \int_0^n v^t {}_tp_x \mu(x+t) dt \quad (15)$$

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini akan dilaksanakan melalui tahapan sebagai berikut:



4. HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Pembentukan Tabel *Multiple Decrement*

Variabel acak yang menyatakan waktu hingga terjadi kegagalan seseorang berusia x dari peserta asuransi dinyatakan dengan $T(x) = T$, sedangkan variabel acak yang menyatakan penyebab terjadinya kegagalan seseorang berusia x sebagai peserta asuransi dinyatakan dengan $J(x) = J$. Untuk m faktor penyebab kegagalan yang bersifat diskrit berdasarkan sifat fungsi peluang pada persamaan (1), dapat dinyatakan

$$\sum_{j=1}^m f_j(j) = 1$$

dan untuk waktu sisa usia kasus yang merupakan variabel acak kontinu berdasarkan persamaan (2) diperoleh

$$\int_0^{\infty} f_T(t) dt = 1$$

Fungsi distribusi bersama seseorang berusia x tahun akan mengalami kegagalan saat usia $x + t$ tahun karena penyebab kegagalan ke- j dinyatakan dengan $f_{T,j}(s, j)$ dan fungsi distribusi kumulatifnya dinyatakan sebagai berikut

$$\int_0^t f_{T,j}(s, j) ds = \Pr\{(0 < T \leq t) \cap (J = j)\} \quad (16)$$

Peluang seseorang berusia x tahun mengalami kegagalan karena penyebab kegagalan ke- j sebelum mencapai usia $x + t$ tahun dinotasikan dengan ${}_tq_x^{(j)}$, notasi (j) mengindikasikan faktor penyebab kegagalan dari seseorang berusia x dalam waktu t tahun, yaitu

$${}_tq_x^{(j)} = \int_0^t f_{T,j}(s, j) ds \quad (17)$$

Peluang seseorang berusia x akan mengalami kegagalan dalam waktu t tahun dinotasikan dengan $f_T(t)$, untuk $t \geq 0$ berlaku

$$f_T(t) = \sum_{j=1}^m \int_0^t f_{T,j}(s, j) ds \quad (18)$$

Adapun hubungan antara peluang (x) mengalami kegagalan (dengan mempertimbangkan semua faktor) dalam t tahun atau ${}_tq_x^{(\tau)}$ dengan ${}_tq_x^{(j)}$ adalah sebagai berikut

$${}_tq_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m {}_tq_x^{(j)} \quad (19)$$

Dengan peluang selamat dari semua faktor kegagalan, yaitu

$${}_tp_x^{(\tau)} = \Pr\{T > 0\} = 1 - {}_tq_x^{(\tau)} \quad (20)$$

Hubungan laju *decrement* seseorang berusia x tahun dan peluang seseorang berusia x bertahan dari seluruh penyebab yang mungkin dapat dinyatakan dengan persamaan berikut

$${}_tp_x^{(\tau)} = e^{-\int_0^t \mu_x^{(\tau)}(s) ds} \quad (21)$$

Sehingga peluang seseorang berusia x mengalami kegagalan karena penyebab ke- j dinyatakan sebagai

$${}_tq_x^{(j)} = \int_0^t {}_sp_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)}(s) ds \quad (22)$$

Jumlah orang yang mengalami kegagalan karena seluruh penyebab merupakan jumlahan dari jumlah orang yang mengalami kegagalan karena masing-masing penyebab kegagalan yang didefinisikan oleh

$${}_nd_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m {}_nd_x^{(j)} \quad (23)$$

Sedangkan jumlah orang yang mengalami kegagalan karena penyebab ke- j dinyatakan sebagai

$${}_nd_x^{(j)} = l_x^{(\tau)} q_x^{(j)} \quad (24)$$

Sehingga jumlah orang yang mengalami kegagalan karena seluruh penyebab dapat dinyatakan sebagai berikut

$$d_x^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} q_x^{(\tau)} \quad (25)$$

b. Associated Single Decrement

Salah satu cara pembentukan tabel *multiple decrement* dapat dilakukan dengan menggunakan tabel *associated single decrement*. Jika, dalam sebuah *cohort* diketahui peluang suatu kejadian dari beberapa risiko yang dipertanggungjawabkan, maka peluang tersebut disebut dengan *Associated single decrement* dan dinyatakan sebagai berikut

$${}_t p_x^{(j)} = e^{-\int_0^t \mu_x^{(j)}(s) ds} \quad (26)$$

dan

$${}_t q_x^{(j)} = 1 - {}_t p_x^{(j)} \quad (27)$$

Untuk membangun sebuah tabel *multiple decrement*, terdapat beberapa asumsi yang digunakan yaitu

- Hubungan Dasar

Hubungan antara tabel *multiple decrement* dan tabel *associated single decrement* yaitu

$${}_t p_x^{(\tau)} = \prod_{j=1}^m {}_t p_x^{(j)} \quad (28)$$

- Asumsi Laju Konstan Untuk *Multiple Decrement*

Laju *decrement* untuk faktor penyebab kegagalan ke-*j* diasumsikan bernilai konstan pada interval $(x, x + 1)$ dan dinyatakan sebagai

$$\mu_x^{(j)}(t) = \mu_x^{(j)}(0) \quad (29)$$

Sehingga mengakibatkan

$$\begin{aligned} \mu_x^{(\tau)}(t) &= \sum_{j=1}^m \mu_x^{(j)}(t) \\ &= \mu_x^{(\tau)}(0) \end{aligned} \quad (30)$$

- Asumsi Distribusi Seragam Untuk *Multiple Decrement*

Asumsi lain yang mungkin berlaku yaitu bahwa faktor penyebab kegagalan ke-*j* dan faktor penyebab kegagalan dengan memperhatikan seluruh faktor dalam *multiple decrement* berdistribusi seragam dengan interval $(x, x + 1)$. Hal ini berakibat pada peluang kegagalan yang menjadi $q_x^{(j)}$ dan $q_x^{(\tau)}$, sehingga

$${}_t q_x^{(j)} = t q_x^{(j)} \quad (31)$$

Dan peluang seseorang berusia *x* mengalami kegagalan dengan memperhatikan seluruh penyebab sebelum mencapai usia $x + t$ adalah

$$\begin{aligned} {}_t q_x^{(\tau)} &= \sum_{j=1}^m t q_x^{(j)} \\ &= t q_x^{(\tau)} \end{aligned} \quad (32)$$

c. Penentuan Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Berjangka

Penerapan asuransi dalam model *multiple decrement* muncul ketika perhitungan tentang pembayaran *benefit* bergantung pada cara keluar dari grup yang berisi kehidupan. Misal, $B_{x+t}^{(j)}$ dinotasikan sebagai nilai *benefit* saat usia $x + t$ yang disebabkan oleh keluarnya seseorang pada usia tersebut karena penyebab kegagalan

ke- j dengan bunga v^t . Sedangkan nilai sekarang aktuarial yang harus dibayarkan untuk mendapatkan sejumlah nilai yang sama pada saat terjadi kegagalan dalam periode waktu sampai t tahun dinotasikan dengan $E[Z^{(j)}]$. Sehingga premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka n -tahun berdasarkan status *multiple decrement* dengan pembayaran manfaat kegagalan adalah $E[Z^{(j)}]$, dinotasikan dengan \bar{A} dengan $Z^{(j)}$ adalah fungsi dari T dan diperoleh

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \sum_{j=1}^m E[Z^{(j)}] \\ &= \sum_{j=1}^m \int_0^n B_{x+t}^{(j)} v^t f_{T,j}(t,j) dt \\ &= \sum_{j=1}^m \int_0^n B_{x+t}^{(j)} v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)}(t) dt\end{aligned}\quad (33)$$

d. Aplikasi Pada Contoh

Misal, seseorang berusia x mengikuti asuransi berjangka n tahun dengan *benefit* kegagalan yang disebabkan oleh kecelakaan besarnya adalah dua kali dari kegagalan karena kematian. Dalam hal ini, notasi untuk *benefit* akibat kecelakaan dan kematian beserta nilainya berturut-turut dinyatakan sebagai, $B_{x+t}^{(1)} = 2$ dan $B_{x+t}^{(2)} = 1$. Dari sini, premi tunggal bersih dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned}A &= \sum_{j=1}^2 \int_0^n B_{x+t}^{(j)} v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)}(t) dt \\ &= \int_0^n B_{x+t}^{(1)} v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(1)}(t) dt + \int_0^n B_{x+t}^{(2)} v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(2)}(t) dt \\ &= 2 \int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(1)}(t) dt + \int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(2)}(t) dt\end{aligned}$$

Pertama, akan diselesaikan persamaan $2 \int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(1)}(t) dt$ terlebih dahulu sehingga diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned}2 \int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(1)}(t) dt &= 2 \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x^{(\tau)} \int_0^1 v^s {}_s p_{x+k}^{(\tau)} \mu_x^{(1)}(s+k) ds \\ &= \frac{2i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)}\end{aligned}$$

Menggunakan cara yang sama, persamaan $\int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(2)}(t) dt$ dapat diselesaikan sebagai berikut

$$\int_0^n v^t {}_t p_x^{(\tau)} \mu_x^{(2)}(t) dt = \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(2)}$$

Sehingga, nilai premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka menggunakan model *multiple decrement* adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \bar{A} &= \frac{2i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)} + \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(2)} \\
 &= \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} (2q_{x+k}^{(1)} + q_{x+k}^{(2)}) \\
 &= \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} (q_{x+k}^{(1)} + q_{x+k}^{(1)} + q_{x+k}^{(2)}) \\
 &= \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)} + \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)} + \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(2)} \\
 &= \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)} + \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} (q_{x+k}^{(1)} + q_{x+k}^{(2)}) \\
 &= \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(1)} + \frac{i}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(\tau)} \\
 &= \bar{A}_{x:n}^{1(1)} + \bar{A}_{x:n}^1
 \end{aligned}$$

Notasi $\bar{A}_{x:n}^{1(1)}$ merupakan nilai premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka n tahun dengan *benefit* sebesar 1 kepada pemegang polis yang mengalami kegagalan karena kecelakaan. Sedangkan $\bar{A}_{x:n}^1$ merupakan nilai premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka n tahun dengan *benefit* sebesar 1 kepada pemegang polis yang mengalami kegagalan karena penyebab lainnya.

5. PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut

1. Rumusan pembentuk komponen tabel *multiple decrement*, yaitu:

a. Secara Langsung

- ${}_t q_x^{(j)} = \int_0^t {}_s p_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)}(s) ds$
- ${}_t q_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m {}_t q_x^{(j)}$
- $l_x^{(\tau)} = l_a^{(\tau)} x-a p_a^{(\tau)}$
- ${}_n d_x^{(j)} = l_x^{(\tau)} q_x^{(j)}$
- ${}_n d_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m {}_n d_x^{(j)}$

b. Rumusan pembentuk komponen tabel *multiple decrement* dari tabel *associated single decrement*

- ${}_t p_x^{(j)} = e^{-\int_0^t \mu_x^{(j)}(s) ds}$



$$\bullet \quad {}_tq_x^{(\tau)} = \prod_{j=1}^m {}_tp_x^{(j)}$$

2. Premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka berdasarkan status *multiple decrement*

$$\bar{A}_{x:n|}^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m \int_0^n B_{x+t}^{(j)} v^t {}_tp_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)}(t) dt$$

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction To Probability And Mathematical Statistics*. Edisi 2. Duxbury Thomson Learning, United States of America.
- [2] Bowers Jr, N.L., dkk. 1986. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Itasca.
- [3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Bagian I*. Rekaprint Utama, Tokyo.
- [4] Gerber, H.U. 1997. *Life Insurance Mathematics*. Edisi Ketiga. Springer, New York.
- [5] Iskandar, K, dkk. 2011. *Joint Life Di dalam Asuransi: Jiwa Kesehatan dan Anuitas*. Edisi Perdana. AAMAI, Jakarta.
- [6] Jordan Jr, C.W. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*. Edisi Kedua. The Society of Actuaries, Chicago.
- [7] Larson, R.E. & Gaumnitz, E.A. 1962. *Life Insurance Mathematics*. John Wiley & Sons, New York.
- [8] Ross, S.A. 1994. *A First Course in Probability*. Macmillan Collage Publishing Company, New York.
- [9] Sembiring, R.K. 2014. *Asuransi I*. Universitas Terbuka, Tangerang Selatan.
- [10] Walpole, R.E., dkk. 2011. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*. Edisi Kesembilan. Prentice Hall, New York.s