Jurnal Matematika Murni dan Terapan “εpsilon”
ISSN: 1978-4422
Vol.12 No.1 (Juni 2018) Hal. 43-53

PENENTUAN PREMI TUNGGAL PADA ASURANSI BERJANGKA CONTINGENT

Wuri Setyana Sari, Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia
Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Jl. A. Yani Km. 35,800, Banjarbaru 70714, Kalsel
Email : wurisetyana@gmail.com

ABSTRAK

Asuransi jiwa dapat diartikan sebagai perjanjian dimana tertanggung membayar premi kepada penanggung dan penanggung akan memberikan santunan jika tertanggung meninggal dunia. Dalam asuransi, tertanggung dapat membayarkan sejumlah uang kepada penanggung dengan menggunakan premi tunggal dimana pembayaran tersebut hanya dilakukan selama satu kali di awal perjanjian. Salah satu bagian asuransi jiwa *joint life* adalah asuransi jiwa *contingent*, yaitu jenis asuransi yang memberikan santunan dengan mengaitkan urutan kematian. Jika tertanggung mengikuti asuransi selama n tahun dan mengaitkan urutan kematian dalam menerima santunan maka jenis asuransi yang digunakan yaitu asuransi berjangka *contingent*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membentuk rumusan premi tunggal pada asuransi jiwa berjangka *contingent.* Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur. Hasil penelitian ini adalah terbentuknya rumusan premi tunggal bersih pada beberapa kasus asuransi berjangka *contingent* yaitu untuk dua tertanggung dan tiga tertanggung. Selanjutkanya diberikan ilustrasi pada kedua kasus.

Kata kunci : Asuransi berjangka, premi tunggal, *joint life*, asuransi *contingent*

1. PENDAHULUAN

Jordan [4] menyatakan bahwa suatu asuransi yang memberikan santunan jika tertanggung meninggal dalam jangka waktu terbatas atau selama n tahun dikenal dengan istilah asuransi berjangka. Dalam asuransi tertanggung dapat membayarkan sejumlah uang kepada penanggung dengan menggunakan premi tunggal dimana pembayaran tersebut hanya dilakukan selama satu kali di awal perjanjian selanjutnya tidak ada pembayaran lagi [6]. Hidayati [3] telah membahas *joint life* pada asuransi jiwa berjangka dimana klaim terjadi jika salah satu tertanggung mengalami kematian dalam jangka waktu tertentu dan menentukan uang pertanggungan tidak memperhatikan urutan meninggal. Salah satu bagian asuransi jiwa *joint life* adalah asuransi jiwa *contingent*, Futami [2] menjelaskan bahwa asuransi *contingent* adalah jenis asuransi dimana pembayaran uang pertanggungannya berdasarkan atau dikaitkan dengan urutan yang meninggal. Artinya, meninggalnya tertanggung pada status *joint life* dengan dua orang atau lebih tertanggung dapat dinyatakan dalam urutan. Berdasarkan analisa masalah yang dikaji, maka dibahas terbentuknya rumusan premi tunggal bersih pada asuransi jiwa berjangka *contingent* dengan diasumsikan tidak ada pemegang polis yang membatalkan kontrak asuransi serta uang pertanggungannya dibayarkan di akhir tahun polis.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Interpolasi

Interpolasi adalah cara pendekatan untuk mencari nilai-nilai antara titik-titik yang diketahui sehingga membentuk suatu kurva. Titik data dapat di interpolasi dengan menggunakan polinom linier, polinom kuadrat, polinom kubik, atau polinom dari derajat yang lebih tinggi bergantung pada jumlah titik data yang tersedia. Berikut ini akan diberikan beberapa penjelasan mengenai interpolasi pada beberapa titik.

a. Interpolasi Linier

Interpolasi linear adalah interpolasi dua buah titik dengan sebuah garis lurus. Misal diberikan dua buah titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) Polinom yang menginterpolasi kedua titik itu adalah persamaan garis lurus yang berbentuk:

$$P(x) = a_0 + a_1 x \qquad \text{... (2.1)}$$

b. Interpolasi Kuadratik

Misal diberi tiga buah titik data, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), dan\ (x_2, y_2)$. Polinom yang menginterpolasi ketiga buah titik itu adalah polinom kuadrat yang berbentuk:

$$P_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad \text{... (2.2)}$$

[1]. Misal untuk selang [0, 1] pendekatan untuk fungsi $f(t)$ dapat diperoleh dengan menggunakan pendekatan polinom linier yaitu

$$\bar{f}_1(t) = f(0) - \{f(0) - f(1)\}t \qquad \text{... (2.3)}$$

Pada $t = 0, 1$ diperoleh $\left(\bar{f}_1(t) = f(t)\right)$. Apabila terdapat 3 titik yang diketahui maka dapat menggunakan polinomial tingkat 2. Misal untuk t integer diperoleh $f(t)$ dan titik-titik yang digunakan adalah $\left(-1, f(-1)\right), \left(0, f(0)\right), \left(1, f(1)\right)$ maka untuk melakukan pendekatan pada fungsinya dapat menggunakan interpolasi kuadratik sehingga diperoleh

$$\bar{f}_2(t) = f(0) - \frac{f(-1) - f(1)}{2} t + \frac{f(-1) - 2f(0) + f(1)}{2} t^2 \qquad \text{... (2.4)}$$

sehingga untuk $t = -1, 0, 1$ diperoleh $\bar{f}_2(t) = f(t)$. Dengan cara yang sama juga dapat digunakan pada bilangan pecahan, misal diberikan 3 titik yaitu titik yang digunakan adalah $\left(0, f(0)\right), (\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2})), \left(1, f(1)\right)$, dengan menggunakan interpolasi kuadratik sehingga akan didapatkan pendekatan polinomial sebagai berikut

$$\bar{g}_2(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) - \{f(0) - f(1)\}\left(t - \frac{1}{2}\right) + 2\left\{f(0) - 2f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1)\right\}\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \qquad \text{... (2.5)}$$

Sehingga untuk $t = 0, \frac{1}{2}, 1$ diperoleh nilai $\bar{g}_2(t) = \bar{f}_2(t)$ [2]. Adapula cara yang digunakan untuk melakukan pendekatan polinomial selain polinomial tingkat 2 yaitu misal didefinisikan suatu fungsi $f(t)$ dan $g(t)$ yang selalu berada pada interval [0,1], dengan syarat bahwa pada lingkungan $f(t)$ berupa garis lurus dan pada saat $g(t)$ dimana $g(0) - g(1)$ memiliki nilai yang sangat kecil, maka dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$\int_0^1 f(t)g(t)dt \fallingdotseq f\left(\frac{1}{2}\right)\int_0^1 g(t)dt \qquad ...(2.6)$$

2.2 Percepatan Mortalita

Bentuk percepatan mortalita dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\mu_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-1}{l_x} \cdot \frac{l_{x+\Delta t} - l_x}{\Delta t} \qquad ...(2.7)$$

$$= -\frac{1}{l_x}\frac{dl_x}{dx} \qquad ...(2.8)$$

$$= -\frac{dlnl_x}{dx} \qquad ...(2.9)$$

Dari persamaan (2.8) jika dituliskan kembali untuk usia yang tidak hanya berupa bilangan bulat yaitu y, sehingga diperoleh [2]

$$\frac{dl_y}{dy} = -l_y\mu_y \qquad ...(2.10)$$

Jika persamaan (2.10) diintegrasikan dari x ke batas usia tabel mortalitas, dimisalkan $y = x + t$ maka

$$l_x = \int_0^\infty l_{x+t} \cdot \mu_{x+t}\, dt \qquad ...(2.11)$$

Pandang bahwa $d_x = l_x - l_{x+1}$, sehingga dari persamaan (2.10) akan diperoleh

$$d_x = \int_0^1 l_{x+t} \cdot \mu_{x+t}\, dt \qquad ...(2.12)$$

Jika persamaan (2.10) diintegrasikan dari x sampai $x + n$, dimisalkan $y = x + t$ maka

$$_nq_x = \int_0^n {}_tp_x\, \mu_{x+t}\, dt \qquad ...(2.13)$$

Jika persamaan (2.10) diintegrasikan dari x sampai $x + n + m$, dimisalkan $y = x + t$ maka

$$_{n|m}q_x = \int_n^{n+m} {}_tp_x\, \mu_{x+t}\, dt \qquad ...(2.14)$$

Untuk t=1

$$_{n|}q_x = \int_n^{n+1} {}_tp_x\, \mu_{x+t}\, dt \qquad ...(2.15)$$

[5].

2.3 Premi Tunggal Asuransi Berjangka

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang hanya dilakukan satu kali pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak ada pembayaran lagi. Jordan [4] menyatakan bahwa $A^1_{x:\overline{n|}}$ yaitu nilai tunai asuransi atau premi tunggal bersih asuransi sebesar 1 satuan pembayaran pada usia x tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun polis. Sehingga $A^1_{x:\overline{n|}}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A^1_{x:\overline{n|}} = \frac{vd_x}{l_x} + \frac{v^2 d_{x+1}}{l_x} + \frac{v^3 d_{x+2}}{l_x} + \cdots + \frac{v^n d_{x+n-1}}{l_x} \quad \text{... (2.16)}$$

Dengan menggunakan simbol komutasi persamaan (2.16) dapat ditulis menjadi

$$A^1_{x:\overline{n|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad \text{... (2.17)}$$

2.4 Peluang Hidup dan Mati pada *Joint Life* untuk *m* Tertanggung

Adapun beberapa nilai-nilai peluang bersama bagi individu yang berusia *(x), (y), (z),* … sebanyak *m* orang dirumuskan dalam Futami [2] yaitu

1. Peluang hidup bagi individu yang berusia *(x), (y), (z),* … sebanyak *m* orang dalam *n* tahun adalah

$${}_tp_{xyz\ldots\ldots\ldots(m)} = {}_tp_x\ {}_tp_y\ {}_tp_z \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{... (2.18)}$$

2. Peluang meninggal paling sedikit 1 orang dari *m* orang dalam jangka *n* tahun yaitu

$${}_tq_{xyz\ldots\ldots(m)} = 1 - {}_tp_{xyz\ldots\ldots\ldots(m)} \quad \text{... (2.19)}$$

$$= 1 - {}_tp_x\ {}_tp_y\ {}_tp_z \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{...(2.20)}$$

3. Peluang hidup paling sedikit 1 orang bagi bagi individu yang berusia *(x), (y), (z),* … sebanyak *m* orang dalam *n* tahun adalah

$${}_tp_{\overline{xyz\ldots\ldots(m)}} = 1 - {}_tq_{\overline{xyz\ldots\ldots(m)}} \quad \text{... (2.21)}$$

$$= 1 - (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z) \ldots\ldots\ldots \quad \text{...(2.22)}$$

3. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Adapun prosedur pada penelitian ini adalah mengumpulkan dan mengkaji bahan-bahan yang berkaitan dengan dengan asuransi jiwa *contingent* pada *joint life*. Kemudian mempelajari tentang peluang hidup dan mati untuk setiap pemegang polis serta untuk gabungan dari beberapa pemegang polis. Selanjutnya mengonstruksi terbentuknya peluang urutan meninggal dari tertanggung pada kondisi peluang *contingent*, kemudian mengonstruksi rumusan premi tunggal asuransi jiwa berjangka *contingent* dengan jangka n tahun serta menerapkan kondisi asuransi *contingent* pada contoh soal.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Simbol Komutasi untuk Asuransi *Contingent*

Simbol komutasi adalah simbol yang digunakan untuk mempermudah perhitungan dalam asuransi jiwa, sehingga nilai-nilai untuk setiap simbol komutasi disajikan dalam tabel mortalitas. Penggunaan simbol komutasi asuransi *contingent*

yang dirumuskan dalam Futami [2] untuk banyaknya tertanggung sebanyak dua orang, dan masing-masing berusia x dan y tahun, yaitu sebagai berikut
x dan y tahun, yaitu sebagai berikut:

$$D_{xy} = v^{\frac{x+y}{2}} l_{xy} \quad \text{... (4.1)}$$

$$C_{xy}^{1} = v^{\frac{x+y}{2}+1} d_x l_{y+\frac{1}{2}} \quad \text{...(4.2)}$$

$$\begin{aligned} N_{xy} &= \sum_{t=0}^{\omega} D_{x+t,y+t} \\ &= D_{xy} + D_{x+1,y+1} + \cdots + D_{\omega\omega} \end{aligned} \quad \text{...(4.3)}$$

$$\begin{aligned} M_{xy}^{1} &= \sum_{t=0}^{\omega} C_{x+t,y+t}^{1} \\ &= C_{xy}^{1} + C_{x+1,y+1}^{1} + \cdots + C_{\omega\omega}^{1} \end{aligned} \quad \text{...(4.4)}$$

Futami [2] juga merumuskan untuk tertanggung sebanyak tiga orang yang masing-masing berusia x, y, dan z tahun yang didefinisikan secara analog dengan simbol-simbol komutasi pada tertanggung dua orang, yaitu sebagai berikut:

$$D_{xyz} = v^{\frac{x+y+z}{3}} l_{xyz} \quad \text{... (4.5)}$$

$$C_{xyz}^{1} = v^{\frac{x+y+z}{3}+1} d_x l_{y+\frac{1}{2}} l_{z+\frac{1}{2}} \quad \text{...(4.6)}$$

$$N_{xyz} = \sum_{t=0}^{\omega} D_{x+t,y+t,z+t} = D_{xyz} + D_{x+1,y+1,z+1} + \cdots + D_{\omega\omega\omega} \quad \text{...(4.7)}$$

$$M_{xyz}^{1} = \sum_{t=0}^{\omega} C_{x+t,y+t,z+t}^{1} = C_{xyz}^{1} + C_{x+1,y+1,z+1}^{1} + \cdots + C_{\omega\omega\omega}^{1} \quad \text{...(4.8)}$$

4.2 Rumusan Peluang *Contingent*

Pada penelitian ini akan diberikan beberapa kasus peluang *contingent* untuk dua dan tiga tertanggung yang berusia x, y, dan z tahun dimana kasus-kasus tersebut berdasarkan kondisi urutan (x) meninggal adalah sebagai berikut:

1. Peluang bahwa (x) akan meninggal pertama sebelum (y) dalam jangka waktu $[t, t+1]$ tahun dapat dituliskan sebagai berikut, dari persamaan (2.15) diperoleh

$$_{t|}q_{xy}^{1} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}p_{xy}\mu_{x+s}\, ds \quad \text{... (4.9)}$$

dengan menggunakan pendekatan polinomial pada persamaan (2.6), misalkan untuk $f(s) = {}_{s}p_{y}$, $g(s) = {}_{s}p_{x}\mu_{x+s}ds$ maka bentuk pendekatan polinomial menjadi

$$\int_{0}^{1} f(s)g(s)dt \doteqdot f\left(t+\frac{1}{2}\right)\int_{0}^{1} g(s)ds \quad \text{... (4.10)}$$

sehingga dengan menggunakan pendekatan polinomial persamaan (4.9) diperoleh

$$ {}_{t|}q_{xy}^{1} \doteqdot {}_{t+\frac{1}{2}}p_{y} \int_{t}^{t+1} {}_{s}p_{x}\,\mu_{x+s}\,ds \quad \text{... (4.11)}$$

$$ {}_{t|}q_{xy}^{1} \doteqdot \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}}{l_{x}\,.\,l_{y}} \quad \text{...(4.12)}$$

Dengan menggunakan cara yang sama seperti 2 orang tertanggung, untuk 3 orang tertanggung yaitu $(x), (y)$ dan (z), peluang bahwa (x) meninggal lebih dahulu dapat dituliskan yaitu sebagai berikut, dari persamaan (2.15) sehingga diperoleh

$$ {}_{t|}q_{xyz}^{1} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}p_{xyz}\mu_{x+s}\,ds \quad \text{... (4.13)}$$

$$ {}_{t|}q_{xyz}^{1} \doteqdot \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}\,.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_{x}l_{y}l_{z}} \quad \text{...(4.14)}$$

2. Peluang bahwa (x) akan meninggal pada urutan kedua setelah (y) dalam jangka waktu $[t, t+1]$ tahun dapat dituliskan sebagai berikut,

$$ {}_{t|}q_{xy}^{2} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}q_{y}\ {}_{s}p_{x}\ \mu_{x+s}\ ds \quad \text{... (4.15)}$$

$$ {}_{t|}q_{xy}^{2} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}q_{y}\ {}_{s}p_{x}\ \mu_{x+s}\ ds \quad \text{...(4.16)}$$

$$ {}_{t|}q_{xy}^{2} = {}_{t|}q_{x} - {}_{t|}q_{xy}^{1} \quad \text{...(4.17)}$$

3. Peluang bahwa (x) akan meninggal pertama dalam jangka waktu $[t, t+1]$ tahun sebelum (y), dan (z) yang paling akhir hidup dapat dituliskan sebagai berikut, dari persamaan (2.15) diperoleh

$$ {}_{t|}q_{x,\overline{yz}}^{1} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}p_{x}\ {}_{s}p_{\overline{yz}}\,\mu_{x+s}\,ds \quad \text{... (4.18)}$$

dengan ${}_{s}p_{\overline{yz}} = 1 - {}_{t}q_{\overline{yz}} = 1 - (1 - {}_{s}p_{y})(1 - {}_{s}p_{z}) = {}_{s}p_{y} + {}_{s}p_{z} - {}_{s}p_{yz}$, sehingga persamaan (4.18_) akan didapatkan

$$ {}_{t|}q_{x,\overline{yz}}^{1} = \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}}{l_{x}l_{y}} + \frac{d_{x+t}\,.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_{x}l_{z}} - \frac{d_{x+t},.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}\,.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_{x}l_{y}l_{z}} \quad \text{... (4.19)}$$

$$ {}_{t|}q_{x,\overline{yz}}^{1} = {}_{t|}q_{xy}^{1} + {}_{t|}q_{xz}^{1} - {}_{t|}q_{xyz}^{1} \quad \text{...(4.20)}$$

4. Peluang bahwa (x) akan meninggal pada urutan kedua dalam jangka waktu $[t, t+1]$ tahun dimana (z) telah meninggal sebelum waktu itu, dan (y) tetap hidup, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut,

$$ {}_{t|}q_{xy\overset{z}{1}}^{2} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}q_{z}\ {}_{s}p_{xy}\,\mu_{x+s}ds \quad \text{... (4.21)}$$

$$ {}_{t}|q^{2}_{xy\underset{1}{z}} = \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}}{l_x l_y} - \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}\,.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_x l_y l_z} \qquad \ldots(4.22) $$

$$ {}_{t}|q^{2}_{xy\underset{1}{z}} = {}_{t}|q^{1}_{xy} - {}_{t}|q^{1}_{xyz} \qquad \ldots(4.23) $$

5. Peluang bahwa (x) akan meninggal pada urutan ketiga dalam jangka waktu $[t, t+1]$ dimana (y) dan (z) telah meninggal terlebih dahulu dapat dituliskan sebagai berikut

$$ {}_{t}|q^{3}_{xyz} = \int_{t}^{t+1} {}_{s}q_{y}\ {}_{s}q_{z}\ {}_{s}p_{x}\mu_{x+s}ds \qquad \ldots(4.24) $$

$$ {}_{t}|q^{3}_{xyz} = \frac{d_{x+t}}{l_x} - \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}}{l_x l_y} - \frac{d_{x+t}.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_x l_z} + \frac{d_{x+t}\,.\,l_{y+t+\frac{1}{2}}.\,l_{z+t+\frac{1}{2}}}{l_x l_y, l_z} \qquad \ldots(4.25) $$

$$ {}_{t}|q^{3}_{xyz} = {}_{t}|q_{x} - {}_{t}|q^{1}_{xz} - {}_{t}|q^{1}_{xy} + {}_{t}|q^{1}_{xyz} \qquad \ldots(4.26) $$

4.3 Rumusan Premi Tunggal Bersih *Joint Life* Berjangka Asuiransi *Contingent*

Adapun rumusan perhitungan premi asuransi berjangka *contingent* adalah sebagai berikut:

1. Misalnya $A^{1}_{xy:\overline{n|}}$ menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal asuransi *contingent* berjangka pada tertanggung yang berusia x, y tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun dengan syarat (x) meninggal terlebih dahulu sebelum (y). Sehingga $A^{1}_{xy:\overline{n|}}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$ A^{1}_{xy:\overline{n|}} = \frac{vd_x.l_{y+\frac{1}{2}}}{l_x l_y} + \frac{v^2 d_{x+1}.l_{y+1+\frac{1}{2}}}{l_x l_y} + \cdots + \frac{v^n d_{x+n-1}.l_{y+n-1+\frac{1}{2}}}{l_x l_y} \qquad \ldots(4.27) $$

Sehingga berdasarkan persamaan (4.12) diperoleh

$$ A^{1}_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\ {}_{t}|q^{1}_{xy} \qquad \ldots(4.28) $$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

$$ A^{1}_{xy:\overline{n|}} = \frac{M^{1}_{xy} - M^{1}_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \qquad \ldots(4.29) $$

Untuk nilai tunai premi tunggal asuransi *contingent* berjangka untuk tertanggung tiga orang yang berusia x, y dan z tahun, dengan syarat (x) meninggal terlebih dahulu maka secara analog dengan menggunakan persamaan (4.14) dan (4.28) yaitu

$$ A^{1}_{xyz:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\ {}_{t}|q^{1}_{xyz} \qquad \ldots(4.30) $$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

ISSN: 1978-4422
Vol.12 No.1 (Juni 2018) Hal. 43-53

$$A^1_{xyz:\overline{n}|} = \frac{M^1_{xyz} - M^1_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \quad \ldots(4.31)$$

2. Misalnya $A^2_{xy:\overline{n}|}$ menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal asuransi *contingent* berjangka untuk tertanggung yang berusia x, y tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun dengan syarat (x) meninggal setelah (y) meninggal. Sehingga bentuk $A^2_{xy:\overline{n}|}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A^2_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \; {}_{t|}q^2_{xy} \quad \ldots(4.32)$$

$$A^2_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left({}_{t|}q_x - {}_{t|}q^1_{xy} \right) \quad \ldots(4.33)$$

$$A^2_{xy:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} - A^1_{xy:\overline{n}|} \quad \ldots(4.34)$$

dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

$$A^2_{xy:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} - \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \quad \ldots(4.35)$$

3. Misalnya $A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|}$ menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal asuransi *contingent* berjangka untuk tertanggung yang berusia x, y dan z tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun dengan syarat (x) meninggal urutan pertama sebelum (y) meninggal dan (z) hidup paling akhir. Sehingga bentuk $A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \; {}_{t|}q^1_{x,\overline{yz}} \quad \ldots(4.36)$$

$$A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left({}_{t|}q^1_{xy} + {}_{t|}q^1_{xz} - {}_{t|}q^1_{xyz} \right) \quad \ldots(4.37)$$

$$A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|} = A^1_{xy:\overline{n}|} + A^1_{xz:\overline{n}|} - A^1_{xyz:\overline{n}|} \quad \ldots(4.38)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

$$A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n}|} = \left. \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}} + \frac{M^1_{xz} - M^1_{x+n,z+n}}{D_{xz}} - \frac{M^1_{xyz} - M^1_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \right\} \quad \ldots(4.39)$$

4. Misalnya $A^2_{xy\underset{1}{z}:\overline{n}|}$ menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal asuransi *contingent* berjangka untuk tertanggung yang berusia x, y dan z tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun dengan syarat (x) meninggal urutan kedua setelah (z) meninggal dan (y) tetap hidup. Sehingga bentuk $A^2_{xy\underset{1}{z}:\overline{n}|}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A^2_{xy\underset{1}{z}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \; {}_{t|}q^2_{xy\underset{1}{z}} \quad \ldots(4.40)$$

$$A^{2}_{xy\overset{}{\underset{1}{z}}:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\left({}_{t|}q^{1}_{xy} - {}_{t|}q^{1}_{xyz}\right) \qquad \ldots(4.41)$$

$$A^{2}_{xy\underset{1}{z}:\overline{n|}} = A^{1}_{xy:\overline{n|}} - A^{1}_{xyz:\overline{n|}} \qquad \ldots(4.42)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

$$A^{2}_{xy\underset{1}{z}:\overline{n|}} = \frac{M^{1}_{xy} - M^{1}_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M^{1}_{xyz} - M^{1}_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \qquad \ldots(4.43)$$

5. Misalnya $A^{3}_{xyz:\overline{n|}}$ menyatakan nilai tunai asuransi atau premi tunggal asuransi *contingent* berjangka untuk tertanggung yang berusia x, y dan z tahun selama jangka waktu n tahun yang uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun dengan syarat (x) meninggal urutan ketiga setelah (y) dan (z) meninggal. Bentuk $A^{3}_{xyz:\overline{n|}}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A^{3}_{xyz:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\ {}_{t|}q^{3}_{xyz} \qquad \ldots(4.44)$$

$$A^{3}_{xyz:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\left({}_{t|}q_{x} - {}_{t|}q^{1}_{xz} - {}_{t|}q^{1}_{xy} + {}_{t|}q^{1}_{xyz}\right) \qquad \ldots(4.45)$$

$$A^{3}_{xyz:\overline{n|}} = A_{x:\overline{n|}} - A^{1}_{xy:\overline{n|}} - A^{1}_{xz:\overline{n|}} + A^{1}_{xyz:\overline{n|}} \qquad \ldots(4.46)$$

Dengan menggunakan simbol komutasi akan diperoleh sebagai berikut

$$A^{3}_{xyz:\overline{n|}} = \frac{M_{x} - M_{x+n}}{D_{x}} - \frac{M^{1}_{xy} - M^{1}_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M^{1}_{xz} - M^{1}_{x+n,y+n}}{D_{xz}} + \frac{M^{1}_{xyz} - M^{1}_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}} \qquad \ldots(4.47)$$

4.3 Penerapan Pada Contoh Soal

Berikut diberikan contoh soal :

"Pak Thomas adalah seorang wiraswasta yang berumur 43 tahun. Ia bersama istrinya yang bernama Hani berumur 38 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa berjangka *contingent*, dengan jangka waktu perlindungan selama 20 tahun. Jika santunan yang akan diterima oleh ahli waris sebesar Rp 20.000.000,00, maka akan ditentukan premi tunggal yang harus dibayarkan dengan syarat Pak Thomas meninggal terlebih dahulu sebelum Ibu Hani dengan bunga 2,5% dan menggunakan TMI 1999 untuk perhitungan data mortalitas".

Misalkan umur Thomas (suami) adalah x = 43 tahun, umur Hani (istri) adalah y = 38 tahun, jangka waktu mengikuti asuransi adalah n= 20 tahun, santunan yang diharapkan adalah S = Rp 20.000.000,00. Dengan menggunakan persamaan (4.29) dan menggunakan data tabel komutasi gabungan untuk dua orang, dengan usia (x) jenis kelamin laki-laki adalah 43 tahun dan usia (y) jenis kelamin perempuan adalah 38 tahun, maka selisih usia keduanya adalah 5 tahun. Tabel komutasi gabungan untuk dua orang dibuat dengan memperhatikan persamaan-persamaan yang ada pada persamaan (4.1) sampai persamaan (4.4), sehingga diperoleh data yang telah disajikan sebagai berikut:

Tabel 1. Tabel Komutasi Indonesia Gabungan (TKIG) 1999 untuk 2 orang yaitu laki-laki dan perempuan selisih 5 tahun dengan bunga 2,5 %

x	y	D_{xy}	N_{xy}	C_{xy}	M_{xy}
42	37	3456254653,82	71730398211,03	8717921,79	1207715480,52
43	38	3358819336,57	68274143557,21	9152519,01	1198997558,73
44	39	3263208301,30	64915324220,64	9726922,74	1189845039,72
45	40	3169083274,67	61652115919,33	10428779,4	1180118116,98
46	41	3076300198,06	58483032644,67	11374485,3	1169689337,56
47	42	2984508569,29	55406732446,61	12480188,5	1158314852,25
48	43	2893518680,73	52422223877,32	13669719	1145834663,78
49	44	2803282814,57	49528705196,59	14903680,4	1132164944,82
50	45	2713762469,24	46725422382,01	16117455,6	1117261264,39
51	46	2624984413,45	44011659912,77	17168847,7	1101143808,84
52	47	2537089621,26	41386675499,32	18066702,3	1083974961,12
53	48	2450104666,14	38849585878,06	18713103,7	1065908258,86
54	49	2364189929,77	36399481211,92	19356574,3	1047195155,12
55	50	2279262075,34	34035291282,15	20144133,4	1027838580,80
56	51	2195148901,81	31756029206,81	21229631,5	1007694447,37
57	52	2111374180,08	29560880305,00	22605513,9	986464815,91
58	53	2027612501,57	27449506124,92	24239662,3	963859302,01
59	54	1943588851,84	25421893623,35	25878843,8	939619639,75
60	55	1859440900,69	23478304771,52	27233930,1	913740795,97
61	56	1775584309,28	21618863870,83	28574115,1	886506865,88
62	57	1692128606,56	19843279561,55	29912934,5	857932750,75
63	58	1609072110,84	18151150954,99	31260260,3	828019816,21

maka premi tunggal bersih yang harus dibayarkan Thomas (suami) sebagai pemegang polis adalah

$$
\begin{aligned}
A^{1}_{43\,:\,38\,:\,\overline{20}|} &= \left(S\,\frac{M^{1}_{43:38} - M^{1}_{43+20:28+20}}{D_{43:38}}\right) \\
&= \left(20.000.000\,\frac{1198997558,73 - 828019816,21}{3358819336,57}\right) \\
&= 2208977,056 \\
&\approx Rp\ 2.208.977
\end{aligned}
$$

Jadi, besarnya premi tunggal bersih yang harus dibayarkan oleh pemegang polis untuk jangka perlindungan selama 20 tahun jika Thomas (suami) meninggal pada urutan pertama dan Hani (istri) tetap hidup adalah sebesar Rp 2.208.977 kepada perusahaan asuransi.

5. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Premi tunggal bersih asuransi berjangka *contingent* dalam jangka waktu *n* tahun untuk dua tertanggung berusia x dan y tahun dengan ketentuan (x) meninggal terlebih dahulu yaitu

$$A^{1}_{xy:\overline{n}|} = \frac{M^{1}_{xy} - M^{1}_{x+n,y+n}}{D_{xy}}$$

2. Premi tunggal bersih asuransi berjangka *contingent* dalam jangka waktu *n* tahun untuk dua tertanggung berusia x dan y tahun dengan ketentuan (x) meninggal urutan kedua setelah (y) meninggal yaitu

ISSN: 1978-4422
Vol.12 No.1 (Juni 2018) Hal. 43-53

$$A^2_{xy:\overline{n|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} - \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}}$$

3. Premi tunggal bersih asuransi berjangka *contingent* dalam jangka waktu *n* tahun untuk tiga tertanggung berusia x , y dan z tahun dengan ketentuan (x) meninggal urutan pertama sebelum (y), dan (z) tetap hidup yaitu
$$A^1_{x,\overline{yz}:\overline{n|}} = \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}} + \frac{M^1_{xz} - M^1_{x+n,z+n}}{D_{xz}} - \frac{M^1_{xyz} - M^1_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$
4. Premi tunggal bersih asuransi berjangka *contingent* dalam jangka waktu *n* tahun untuk tiga tertanggung berusia x , y dan z tahun dengan ketentuan (x) meninggal urutan kedua setelah (z) meninggal, dan (y) tetap hidup yaitu
$$A^2_{xy\underset{1}{z}:\overline{n|}} = \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M^1_{xyz} - M^1_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$
5. Premi tunggal bersih asuransi berjangka *contingent* dalam jangka waktu *n* tahun untuk tiga tertanggung berusia x, y dan z dengan ketentuan (x) meninggal urutan ketiga setelah (y) dan (z) meninggal yaitu
$$A^3_{xyz:\overline{n|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} - \frac{M^1_{xy} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{M^1_{xz} - M^1_{x+n,y+n}}{D_{xz}} + \frac{M^1_{xyz} - M^1_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$

6. Daftar Pustaka

[1] Chapra, Steven. S. 2012. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientist.* McGraw-Hill Companies, New York.
[2] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Bagian I*. Rekaprint Utama, Tokyo.
--------.1994. *Matematika Asuransi Bagian II*. Rekaprint Utama, Tokyo.
[3] Hidayati, D. 2011. *Joint Life dalam Asuransi Jiwa Berjangka*. Skripsi Program Sarjana. Universitas Lambung Mangkurat, Banjarbaru.
[4] Jordan Jr, C.W. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*. Edisi Kedua. The Society of Actuaries, Chicago.
[5] Neill, Alistair. 1977. *Life Contingencies*. Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries, London.
[6] Sembiring, R.K. 1986. *Asuransi III*. Universitas Terbuka, Jakarta.