Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 48-54

ANTI SUBGRUP *FUZZY*

Ahmad Yasir, Saman Abdurrahman, Nurul Huda
Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
Email: Ahmad.yasir.syahti@gmail.com

ABSTRAK

Subgrup yaitu himpunan bagian tidak kosong dari suatu grup G dan merupakan grup terhadap operasi yang sama dengan grup G. Perpaduan antara konsep aljabar dengan konsep *fuzzy* disebut subgrup *fuzzy*. Pada tahun 1998 R. Biswas memperkenalkan konsep lower level subset dari subset *fuzzy*, anti subgrup *fuzzy*, dan lower level subgrup. Tujuan dari penelitian ini membuktikan subset *fuzzy* dari grup adalah subgrup *fuzzy* jika dan hanya jika komplemen dari subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy* dan membuktikan jika subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy* maka lower level subset juga anti subgrup *fuzzy*. Metode yang digunakan studi literatur. Hasil dari penelitian ini adalah jika diberikan G grup, suatu subset *fuzzy* μ di G disebut anti subgrup *fuzzy* maka berlaku $\mu(ab) \leq \max\{\mu(a), \mu(b)\}$ dan $\mu(a^{-1}) \leq \mu(b)$ untuk setiap $a, b \in G$. Kemudian diberikan μ subgrup *fuzzy* di G jika dan hanya jika komplemen dari subgrup *fuzzy* (μ^c) adalah anti subgrup *fuzzy*. Jika suatu subset *fuzzy* μ dari S dan untuk $t \in [0,1]$ maka lower level subset dari μ adalah himpunan $\overline{\mu_t} = \{a \in S | \mu(a) \leq t\}$, kemudian jika diberikan μ anti subgrup *fuzzy* di G maka suatu subgrup $\overline{\mu_t}$, $t \in [0,1]$ dan $t \geq \mu(e)$, disebut lower level subgrup dari μ. Selanjutnya jika μ adalah anti subgrup *fuzzy* di G maka $A_{\overline{\mu}_t}$ adalah anti subgrup *fuzzy* di G dengan $t \in [\mu(e), 1]$.

Kata Kunci: *Lower level subset, Anti subgrup fuzzy, Lower Level Subgrup.*

ABSTRACT

Subgroup is not empty subsets of a group G and a group of the same operation with G. The combination between the concepts of algebra with *fuzzy* is *fuzzy* subgroups. In 1998 R. Biswas introduced the concept of lower level subset of a subset *fuzzy*, anti *fuzzy* subgroup, and lower levels subgroups. The purpose of this study is to prove that *fuzzy* subset of a group is a *fuzzy* subgroup iff the complement of this *fuzzy* subset is anti *fuzzy* subgroup and if *fuzzy* subset is an anti *fuzzy* subgroup then lower level subsets are also anti *fuzzy* subgroups. The research is conducted by literature study. The results of this reseacrh, if let G be a group, a *fuzzy* subset μ of G is called a *fuzzy* subgroup then for $a, b \in G$: $\mu(ab) \geq \min\{\mu(a), \mu(b)\}$ dan $\mu(a^{-1}) \geq \mu(b)$. Then, μ is a *fuzzy* subgroup of the group G iff its complement μ^c is an anti *fuzzy* subgroups of G. Let μ be a *fuzzy* set of S, for $t \in [0,1]$, the lower level subset of μ is the set $\overline{\mu_t} = \{a \in S | \mu(a) \leq t\}$, and let μ is anti *fuzzy* subgroup of group G, then for $t \in [0,1]$ such that $t \geq \mu(e)$, $\overline{\mu_t}$ is a subgroup of G. If μ is an anti *fuzzy* subgroup of G, then $A_{\overline{\mu_t}}$ is also an anti *fuzzy* subgroup of G where $t \in [0,1]$ and $t \geq \mu(e)$.

Keywords: *Fuzzy subset, Fuzzy Subgroups, Lower Level subsets, Lower Level Subgroup, Anti Subgroup Fuzzy*

1. PENDAHULUAN

Subgrup yaitu himpunan bagian tidak kosong dari suatu grup G dan merupakan grup terhadap operasi yang sama dengan grup G. Subset *fuzzy* adalah pemetaan dari himpunan tak kosong ke selang [0,1]. Subset *fuzzy* dikatakan subgrup *fuzzy* jika memenuhi $\mu(ab) \geq min\{\mu(a), \mu(b)\}$ dan $\mu(a^{-1}) \geq \mu(a)$ untuk setiap $a, b \in G$.

Pada tahun 1998 R. Biswas memperkenalkan konsep lower level subset dari subset *fuzzy*, anti subgrup *fuzzy* dari grup, lower level subgrup. Anti subgrup *fuzzy* adalah subset *fuzzy* yang memenuhi $\mu(ab) \leq \max\{\mu(a), \mu(b)\}$ dan $\mu(a^{-1}) \leq$

$\mu(a)$ untuk setiap $a, b \in G$. Dari beberapa konsep di atas maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian mengenai anti subgrup *fuzzy*.

Definisi 1.1 [4]
Suatu himpunan tidak kosong G dikatakan grup, jika terdapat suatu operasi biner $*$ (pada umumnya, $G \times G \to G$) memenuhi sifat-sifat berikut ini:
i). jika $a, b \in G$ maka $a * b \in G$ (tertutup)
ii). jika $a, b, c \in G$ maka $a * (b * c) = (a * b) * c \in G$ (hukum asosiatif)
iii). $\exists\ e \in G$ sedemikian sehingga $a * e = e * a = a\ \forall\ a \in G$ (identitas)
iv). $\forall\ a \in G\ \exists\ a^{-1} \in G$ sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (invers)

Teorema 1.2 [3]
Jika G suatu grup, maka $(a^{-1})^{-1} = a$ untuk setiap $a \in G$.

Teorema 1.3 [5]
Diberikan suatu grup G dan H subset tak kosong di G. Himpunan H merupakan subgrup di G jika dan hanya jika $ab^{-1} \in H$ untuk setiap $a, b \in H$.

Definisi 1.4 [7]
Diberikan $\alpha, \beta \in \mathcal{FP}(S)$, jika $\alpha(a) \leq \beta(a)$ untuk setiap $a \in S$, maka $\alpha \subseteq \beta$. Jika $\alpha \subseteq \beta$ dan $\alpha \neq \beta$, maka $\alpha \subset \beta$.

Definisi 1.5 [7]
Diberikan μ subset fuzzy di S dan $t \in [0,1]$, himpunan $\mu_t = \{a \in S \mid \mu(a) \geq t\}$ disebut level subset dari S yang berkaitan dengan μ.

Definisi 1.6 [1]
Komplemen dari subset fuzzy μ di S dinotasikan μ^c, dengan $\mu^c(a) = 1 - \mu(a)$ untuk setiap $a \in S$.

Definisi 1.7 [7]
Jika suatu subset fuzzy μ dari grup G disebut subgrup fuzzy maka berlaku:
i). $\mu(ab) \geq min\{\mu(a), \mu(b)\}$ untuk setiap $a, b \in G$.
ii). $\mu(a^{-1}) \geq \mu(a)$ untuk setiap $a \in G$.

Lemma 1.8 [7]
Jika μ suatu subgrup fuzzy dari grup G maka berlaku:
i). $\mu(e) \geq \mu(a)$ untuk setiap $a \in G$.
ii). $\mu(a) = \mu(a^{-1})$ untuk setiap $a \in G$.

Teorema 1.9 [6]
Suatu subset fuzzy μ dari grup G disebut subgrup fuzzy jika dan hanya jika $\mu(ab^{-1}) \geq min\{\mu(a), \mu(b)\}$ untuk setiap $a,b \in G$.

Definisi 1.10 [2]
Diberikan G grup dan A subgrup fuzzy di G. Subgrup A_t, $t \in [0,1]$ dan $t \leq A(e)$, disebut dengan level subgrup di A.

2. METODOLOGI

Penelitian ini dilakukan dengan cara studi literatur dari berbagai sumber. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini dengan membuktikan

ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 48-54

lemma dan teorema pendukung serta proposisi yang berkaitan dengan grup, subset *fuzzy* dan anti subgrup *fuzzy*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 *Anti Subgrup Fuzzy*

Definisi 3.1.1

Jika diberikan G grup, suatu subset fuzzy μ dari G disebut dengan anti subgrup fuzzy dari G maka untuk setiap $a, b \in G$ berlaku:
i) $\mu(ab) \leq max\{\mu(a), \mu(b)\}$,
$ii)$ $\mu(a^{-1}) \leq \mu(a)$.

Proposisi 3.1.2

Jika diberikan μ anti subgrup fuzzy di G maka untuk setiap $a \in G$ $berlaku$:
i) $\mu(e) \leq \mu(a)$,
ii) $\mu(a^{-1}) = \mu(a)$.

Bukti :

i)Diketahui μ anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan $\mu(e) \leq \mu(a)$ untuk setiap $a \in G$. Diambil sebarang $a \in G$, berdasarkan Definisi 1.1 bagian iv) terdapat $a^{-1} \in G$ sehingga $e = aa^{-1}$. Berdasarkan Definisi 3.1.1 bagian i) dan ii) berlaku $\mu(e) = \mu(aa^{-1}) \leq \max\{\mu(a), \mu(a^{-1})\} = \mu(a)$, sehingga $\mu(e) \leq \mu(a)$. Jadi terbukti $\mu(e) \leq \mu(a)$ untuk setiap $a \in G$.

ii)Diketahui μ anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan $\mu(a^{-1}) = \mu(a)$. Diambil sebarang $a \in G$ karena G grup, terdapat $a^{-1} \in G$ dan berdasarkan Teorema 1.2 $a = (a^{-1})^{-1}$ maka $\mu(a) = \mu((a^{-1})^{-1})$. Berdasarkan Definisi 3.1.1 bagian ii) $\mu(a^{-1}) \leq \mu(a)$, sehingga berlaku $\mu((a^{-1})^{-1}) \leq \mu(a^{-1})$ dan akibatnya diperoleh $\mu(a) \leq \mu(a^{-1})$. ∎

Proposisi 3.1.3

Diberikan μ adalah subgrup fuzzy di G jika dan hanya jika komplemen dari subset fuzzy (μ^c) adalah anti subgrup fuzzy di G.

Bukti : ($\Longrightarrow$)

Diketahui μ subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan komplemen dari subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy* di G. Berdasarkan Definisi 3.1.1 untuk membuktikan μ^c anti subgrup *fuzzy* di G harus memenuhi 2 kondisi berikut:

1) Diambil sebarang $a, b \in G$ dan μ subgrup *fuzzy* di G, sehingga berdasarkan Definisi 1.6 dan Definisi 1.7 bagian i) diperoleh:
$$\mu^c(ab) = 1 - \mu(ab) \leq 1 - min\{\mu(a), \mu(b)\} \leq max\{\mu^c(a), \mu^c(b)\}.$$
2) Diambil sebarang $a \in G$ menurut Definisi 1.1 terdapat $a^{-1}, e \in G$ sehingga $ea^{-1} = a^{-1}$. Berdasarkan Definisi 1.6 dan Teorema 1.9 diperoleh:
$$\mu^c(a^{-1}) = \mu^c(ea^{-1}) = 1 - \mu(ea^{-1})$$
$$\leq 1 - min\{\mu(e), \mu(a)\} \leq max\{\mu^c(e), \mu^c(a)\} = \mu^c(a),$$

($\Longleftarrow$)

Diketahui komplemen dari subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan μ adalah subgrup *fuzzy* di G. Berdasarkan Definisi 1.7 untuk membuktikan μ subgrup *fuzzy* di G harus memenuhi 2 kondisi berikut:

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 48-54

1)Diambil sebarang $a, b \in G$ dan μ^c anti subgrup *fuzzy* di G, sehingga berdasarkan Definisi 1.6 dan Definisi 3.1.1 bagian i) berlaku:

$$\mu(ab) = 1 - \mu^c(ab) \geq 1 - max\{\mu^c(a), \mu^c(b)\} \geq min\{\mu(a), \mu(b)\}.$$

2) Diambil sebarang $a \in G$ Definisi 1.1 terdapat $a^{-1}, e \in G$ sehingga $ea^{-1} = a^{-1}$. Menurut diketahui μ^c anti subgrup *fuzzy* di G berdasarkan Definisi 1.6 dan Definisi 3.1.1 bagian i) dan ii) diperoleh:

$$\mu(a^{-1}) = \mu(ea^{-1}) = 1 - \mu^c(ea^{-1}) \geq 1 - max\{\mu^c(e), \mu^C(a)\}$$
$$\geq min\{\mu(e), \mu(a)\} = \mu(a). \blacksquare$$

Proposisi 3.1.4

Diberikan μ adalah anti subgrup fuzzy dari grup G jika dan hanya jika untuk setiap $x, y \in G$ berlaku $\mu(ab^{-1}) \leq max\{\mu(a), \mu(b)\}$.

Bukti : ($\Longrightarrow$)

Diketahui μ adalah anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan $\mu(ab^{-1}) \leq max\{\mu(a), \mu(b)\}$.

Diambil $a, b \in G$ menurut Teorema 1.3 $ab^{-1} \in G$ dan berdasarkan Definisi 3.1.1. bagian i) dan Proposisi 3.1.2 bagian ii) diperoleh:

$$\mu(ab^{-1}) \leq max\{\mu(a), \mu(b^{-1})\} = max\{\mu(a), \mu(b)\}.$$

($\Longleftarrow$)

Diketahui G grup dan μ subset *fuzzy* di G dan $\mu(ab^{-1}) \leq max\{\mu(a), \mu(b)\}$ untuk setiap $a, b \in G$. Akan dibuktikan μ anti subgrup *fuzzy* di G. Untuk membuktikan μ anti subgrup *fuzzy* di G, hanya perlu membuktikan μ^c subgrup *fuzzy* di G. Diambil sebarang $a, b \in G$ berdasarkan Teorema 1.3 $ab^{-1} \in G$. Menurut Definisi 1.6 dan yang diketahui $\mu(ab^{-1}) \leq \max\{\mu(a), \mu(b)\}$ akibatnya:

$$\mu^c(ab^{-1}) = 1 - \mu(ab^{-1}) \geq 1 - max\{\mu(a), \mu(b)\} \geq min\{\mu^c(a), \mu^c(b)\}.$$

Menurut Teorema 1.9 μ^c adalah subgrup *fuzzy* di G dan menurut Proposisi 3.1.3 akibatnya μ adalah anti subgrup *fuzzy* dari grup G. ■

3.2 Lower Level Subgrup

Definisi 3.2.1

Jika suatu subset fuzzy μ dari S dan untuk $t \in [0,1]$ maka lower level subset dari μ adalah himpunan $\bar{\mu}_t = \{a \in S | \mu(a) \leq t\}$.

Proposisi 3.2.2

Jika diberikan μ anti subgrup fuzzy di G kemudian untuk $t \in [\mu(e), 1]$ sehingga $t \geq \mu(e)$ maka $\bar{\mu}_t$ adalah subgrup di G.

Bukti : Diketahui μ anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan $\bar{\mu}_t$ adalah subgrup di G. Untuk membuktikan $\bar{\mu}_t$ subgrup di G akan dibuktikan bahwa $\bar{\mu}_t$ bukan himpunan kosong dan untuk setiap $a, b \in \bar{\mu}_t$ sedemikian sehingga $ab^{-1} \in \bar{\mu}_t$. Diambil $e \in G$ karena μ adalah anti subgrup *fuzzy* di G, berdasarkan Proposisi 3.1.2 bagian i) dan Definisi 3.2.1 sehingga $\mu(e) \leq \mu(a)$ dan $\mu(a) \leq t$, akibatnya $\mu(e) \leq \mu(a) \leq t$, sehingga $e \in \bar{\mu}_t$.

Diambil sebarang $a, b \in \bar{\mu}_t$ sehingga $\mu(a) \leq t$ & $\mu(b) \leq t$ dan karena μ anti subgrup *fuzzy* di G menurut Proposisi 3.1.4 sedemikian sehingga:

$$\mu(ab^{-1}) \leq \max\ \{\mu(a), \mu(b)\} = t,$$

diperoleh $\mu(ab^{-1}) \leq t$, sedemikian sehingga $ab^{-1} \in \bar{\mu}_t$. ■

ISSN: 1978-4422
Vol.10 No.2 (2016) Hal. 48-54

Proposisi 3.2.3
Jika diberikan G grup, μ subset fuzzy di G dan $\bar{\mu}_t$ adalah subgrup di G untuk setiap $t \in [\mu(e),1]$ $t \geq \mu(e)$ maka μ adalah anti subgrup fuzzy di G.
Bukti :
Diketahui μ subset *fuzzy* di G, dengan $\bar{\mu}_t$ subgrup di G untuk setiap $t \in [\mu(e),1]$ dan $t \geq \mu(e)$. Akan dibuktikan μ adalah anti subgrup *fuzzy* di G. Diambil sebarang $a, b \in G$ misal $\mu(a) = t_1$ & $\mu(b) = t_2$ dengan $t \in [\mu(e),1]$ dan $t_1 \leq t_2$. Diambil sebarang $a, b \in \bar{\mu}_{t_2}$ menurut Teorema 1.3 sehingga $ab^{-1} \in \bar{\mu}_{t_2}$ diperoleh $\mu(ab^{-1}) \leq t_2$. Selanjutnya, menurut Proposisi 3.1.2 bagian ii) diperoleh:

$$\max\{\mu(a), \mu(b^{-1})\} = \max\{\mu(a), \mu(b)\} = t_2,$$

sehingga $\mu(ab^{-1}) \leq \max\ \{\mu(a), \mu(b)\}$. ■

Definisi 3.2.4
Jika diberikan μ anti subgrup fuzzy di G maka suatu subgrup $\bar{\mu}_t$, $t \in [0,1]$ dan $t \geq \mu(e)$, disebut lower level subgrup dari μ.

Proposisi 3.2.5
Diberikan μ anti subgrup fuzzy di G dan dua lower level subgrup $\bar{\mu}_{t_1}$ dan $\bar{\mu}_{t_2}$ (dengan $t_1 < t_2$) untuk $\bar{\mu}_{t_1} = \bar{\mu}_{t_2}$ jika dan hanya jika tidak terdapat $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$.
Bukti :(⟹)
Diketahui μ anti subgrup *fuzzy* di G, $\bar{\mu}_{t_1}$ dan $\bar{\mu}_{t_2}$ adalah lower level subgrup di G, $\bar{\mu}_{t_1} = \bar{\mu}_{t_2}$ dengan $t_1 < t_2$ dan $t_1, t_2 \in [\mu(e), 1]$.
Akan dibuktikan tidak terdapat $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$. Andaikan $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$ diperoleh $\mu(a) > t_1$ dan $\mu(a) < t_2$. Akibatnya menurut Definisi 3.2.1 diperoleh $a \notin \bar{\mu}_{t_1}$ dan $a \in \bar{\mu}_{t_2}$, sedemikian sehingga $\bar{\mu}_{t_1} \neq \bar{\mu}_{t_2}$. Kontradiksi dengan yang diketahui $\bar{\mu}_{t_1} = \bar{\mu}_{t_2}$, akibatnya pengandaian salah, jadi tidak terdapat $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$.
(⟸)
Diketahui μ anti subgrup *fuzzy* dan $\bar{\mu}_{t_1}$& $\bar{\mu}_{t_2}$ adalah lower level subgrup dengan $t_1 < t_2$ dan $t_1, t_2 \in [\mu(e), 1]$, kemudian tidak terdapat $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$. Akan dibuktikan $\bar{\mu}_{t_1} = \bar{\mu}_{t_2}$.

i) Diambil sebarang $a \in \bar{\mu}_{t_1}$, menurut yang diketahui $\bar{\mu}_{t_1}$ lower level subset sehingga $\mu(a) < t_1$ dengan $t_1 < t_2$ diperoleh $\mu(a) < t_2$ dan $a \in \bar{\mu}_{t_2}$. Dengan kata lain $\bar{\mu}_{t_2} \subset \bar{\mu}_{t_1}$.
ii) Diambil sebarang $a \in \bar{\mu}_{t_2}$ sehingga $\mu(a) \leq t_2$, karena menurut diketahui tidak terdapat $a \in G$ sedemikian sehingga $t_1 < \mu(a) < t_2$. Akibatnya $t_1 \nless \mu(a)$ diperoleh $\mu(a) \leq t_1$ dan $a \in \bar{\mu}_{t_1}$. ■

3.3 *Fuzzifikasi* dari Lower Level Subset
Definisi 3.3.1
Diberikan himpunan tak kosong S, μ subset fuzzy di S dan lower level subset dari μ adalah $\bar{\mu}_t$. Fuzzifikasi dari $\bar{\mu}_t$ adalah subset fuzzy $A_{\bar{\mu}_t}$ yang didefinisikan

$$A_{\bar{\mu}_t}(a) := \begin{cases} \mu(a) & ,untuk\ a \in \bar{\mu}_t \\ 0 & ,untuk\ a \notin \bar{\mu}_t \end{cases} \quad untuk\ setiap\ a \in S.$$

dan berlaku $A_{\bar{\mu}_t} \subseteq \mu$ *dan* $\overline{\left(A_{\bar{\mu}_t}\right)_t} = \bar{\mu}_t$.

Proposisi 3.3.2

Jika diberikan μ adalah anti subgrup fuzzy di G maka $A_{\bar{\mu}_t}$ adalah anti subgrup fuzzy di G dengan $t \in [\mu(e), 1]$.

Bukti :

Diketahui μ adalah anti subgrup *fuzzy* di G. Akan dibuktikan $A_{\bar{\mu}_t}$ anti subgrup *fuzzy* di G, dengan $t \in [\mu(e), 1]$. Menurut Definisi 3.3.1 $\bar{\mu}_t$ lower level subset, menurut Proposisi 3.1.2 bagian i) $\mu(e) \leq \mu(a)$ dan Proposisi 3.2.2 diperoleh $\bar{\mu}_t$ subgrup di grup G. Diambil sebarang $x, y \in G$.

i) Jika $a, b \in \bar{\mu}_t$ maka menurut Teorema 1.3 $ab^{-1} \in \bar{\mu}_t$, selanjutnya menurut definisi keanggotaan dari $A_{\bar{\mu}_t}$ diperoleh $A_{\bar{\mu}_t}(a) = \mu(a)$, $A_{\bar{\mu}_t}(b) = \mu(b)$ dan $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) = \mu(ab^{-1})$. Menurut Proposisi 3.1.4 diperoleh:

$$A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) = \mu(ab^{-1}) \leq \max\big(\mu(a), \mu(b)\big) = \max\big(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\big)$$

sehingga $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) \leq \max\left(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\right)$.

ii)Jika $a, b \notin \bar{\mu}_t$ maka menurut Definisi 3.3.1 diperoleh $A_{\bar{\mu}_t}(a) = A_{\bar{\mu}_t}(b) = 0$ dan $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) \geq 0$. Menurut Proposisi 3.1.4 diperoleh $\max\left(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\right) = 0$, sehingga $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) \leq \max\left(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\right)$.

iii) Jika $a \in \bar{\mu}_t$ dan $b \notin \bar{\mu}_t$ maka menurut Definisi 3.3.1 diperoleh $A_{\bar{\mu}_t}(a) = \mu(a)$, $A_{\bar{\mu}_t}(b) = 0$ dan $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) \geq 0$. Menurut Proposisi 3.1.4 diperoleh $\max\left(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\right) = \mu(a)$, sehingga $A_{\bar{\mu}_t}(ab^{-1}) \leq \max\left(A_{\bar{\mu}_t}(a), A_{\bar{\mu}_t}(b)\right)$.
■

4. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh sebagai berikut:

1. Diberikan subset *fuzzy* dari grup adalah subgrup *fuzzy* jika dan hanya jika komplemen dari subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy*
2. Jika subset *fuzzy* adalah anti subgrup *fuzzy* maka lower level subset juga anti subgrup *fuzzy*.

.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Biswas, R.1990. Fuzzy subgroups and anti fuzzy subgroups. *Fuzzy Sets and Systems vol 35*, 121-124.
[2] Das, P. S. 1981. Fuzzy Groups and Level Subgroups. *Jurnal of Mathematical Analysis dan Applications 84*, 264-269.
[3] Dummit, David S. & Richard M. Foote. 2004. *Abstract Algebra*, 3rd ed. John Wiley and Sons, Inc. United States Of America.
[4] Garrett, Paul. B. 2007. *Abstract Algebra*. Chapman & Hall/CRC. London, New York.
[5] Judson, Thomas W. 2009. *Abstract Algebra Theory and Applications*. Stephen F. Austin State University, Texas.

[6] Kandasamy, W. B. V. 2003. *Samarandache Fuzzy Algebra*. American Research Pers, Rehoboth.
[7] Malik, D. S. & Mordeson, John N. 1998. *Fuzzy Commutative Algebra*. Creighton University, Omaha.