Epsilon: Jurnal Matematika Murni dan Terapan
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.16 No.2 (Desember 2022) Hal. 130-145

INFERENSI MODEL REGRESI LINEAR UNTUK DATA EKSPOR DAN IMPOR PROVINSI KALIMANTAN SELATAN TAHUN 2020

Nur Salam[1], Fuad Muhajirin Farid[2] dan Zainal[3]

[1,2] Dosen Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Lambung Mangkurat.
[3] Mahasiswa Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Lambung Mangkurat.
Jl. Jend. A. Yani km. 36 Banjarbaru 70714, Kalsel
email:n_salam@ulm.ac.id

ABSTRACT

Regression analysis is a statistical technique used to explain the relationship between an independent variable (independent) as a predictor variable (X) and the dependent variable as a response variable (Y) which can be expressed as a form of mathematical model. In linear regression analysis there are two models, namely a simple linear regression model where the independent variable is only one and a multiple linear regression model where the independent variable is more than one. This study aims to infer the parameters of the linear regression model both estimation and hypothesis testing and to apply the inference results to the export and import case of South Kalimantan province in 2020. This research method uses a literature study by collecting all materials and data, be it books, journals, web.site or other references that support and are relevant to the material to be discussed and researched. From the results of research on exports and imports of South Kalimantan province in 2022, inference results are obtained in the form of explicit forms for each parameter for point and interval estimates from linear regression models. Furthermore, an inference is obtained about hypothesis testing for each parameter, the results of which show that both significant parameters are included in the linear regression model.

Keywords: Linear regression analysis, exports and imports.

ABSTRAK

Analisis regresi merupakan salah satu teknik statistika yang digunakan untuk menjelaskan tentang hubungan antara suatu variabel bebas (*independent*) sebagai variabel prediktor (X) dengan variabel tak bebas (*dependent*) sebagai variabel respon (Y) yang dapat dinyatakan sebagai bentuk model matematis. Di dalam analisis regresi linear ada dua model yaitu model regresi linear sederhana dimana variabel bebasnya hanya satu dan model regresi linear berganda dimana variabel bebasnya lebih dari satu. Penelitian ini bertujuan untuk menginferensi parameter model regresi linear baik estimasi maupun uji hipotesis dan mengaplikasikan hasil inferensi ke kasus ekspor dan impor provinsi Kalimantan Selatan tahun 2020. Metode penelitian ini menggunakan studi literatur dengan mengumpulkan semua bahan dan data baik itu buku, jurnal, *web.site* atau referensi lain yang menunjang dan relevan dengan materi yang akan dibahas dan diteliti. Dari hasil penelitian tentang ekspor dan impor provinsi Kalimantan Selatan tahun 2022 diperoleh hasil inferensi berupa bentuk eksplisit untuk masing-masing parameter untuk estimasi titik dan interval dari model regresi linear. Selanjutnya diperoleh inferensi tentang pengujian hipotesis untuk masing-masing parameter yang hasilnya menunjukkan bahwa kedua parameter signifikan masuk ke dalam model regresi linear.

Kata kunci: Analisis regresi linier, ekspor dan impor

Received: 21 Oktober 2022, Accepted: 28 November 2022, Published: 1 Desember 2022

PENDAHULUAN

Analisis regresi adalah analisis yang bertujuan untuk mengetahui hubungan secara linear antara satu atau lebih variabel bebas (independen) dengan variabel tidak bebas (dependen). Dalam regresi linear ada yang disebut regresi linear sederhana dimana jika jumlah variabel bebasnya hanya satu (X_1) dan ada yang disebut regresi linear berganda dimana jika variabel bebasnya lebih dari satu ($X_1,X_2,\ldots,X_k$) (Windana, et al., 2022), (Katemba & Koro, 2017).

Ada dua macam linearitas dalam analisis regresi, yaitu linearitas dalam variabel dan linearitas dalam parameter. Yang pertama, linear dalam variabel merupakan nilai rata-rata kondisional variabel tak bebas yang merupakan fungsi linear dari variabel bebas. Sedangkan yang kedua, linear dalam parameter merupakan fungsi linear dalam parameter dan dapat tak linear dalam variabel (Kurniawan & Yuniarto, 2018). Adapun model regresi linear yang akan digunakan dalam model regresi ini adalah yang linear dalam parameter.

Selanjutnya aplikasi dari pada model regresi linear dapat dibahas berkaitan dengan nilai ekspor dan impor. Perkembangan ekspor dan impor yang terukur dapat digunakan sebagaimana salah satu indikator keberhasilan pembangunan di bidang ekonomi pada umumnya. Oleh sebab itu dibutuhkan adanya informasi data perkembangan ekspor dan impor yang berkelanjutan. Salah satu dari karakteristik ekspor dan impor yang sering dimanfaatkan oleh para pemerhati di bidang perdagangan adalah volume dan nilai barang. Karena dari volume dan nilai barang ini pada tingkat lanjut bisa digunakan untuk mengkaji pengaruh ekspor dan impor terhadap devisa negara, kemampuan suatu daerah dalam menciptakan nilai tambah di sektor perdagangan serta pengaruhnya terhadap penyerapan tenaga kerja.

Penelitian dengan menggunakan analisis regresi linear sebelumnya pernah dilakukan oleh (Sari & Rauf, 2018), (Sarbaini, 2022) untuk dampak inflasi terhadap ekspor dan impor indonesia periode tahun 2013-2017. Dan hasil yang didapat menunjukkan bahwa ada pengaruh signifikan antara inflasi dengan ekspor (Y1) dan impor (Y2). Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh

(Oeliestina, 2020) juga menggunakan analisis regresi berganda untuk kasus pengaruh ekspor, impor dan kurs rupiah terhadap pertumbuhan ekonomi provinsi Jambi. Hasil regresi linier berganda menunjukkan bahwa nilai ekspor dan nilai impor mempengaruhi pertumbuhan ekonomi Provinsi Jambi, sementara variabel kurs rupiah tidak mempunyai pengaruh terhadap laju pertumbuhan ekonomi Provinsi Jambi sehingga pemerintah perlu meningkatkan faktor lain di luar kurs rupiah. Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk mengkaji tentang inferensi model regresi linear, dengan kasus nilai ekspor dan impor provinsi Kalimantan Selatan.

TINJAUAN PUSTAKA

Sebelum membahas konsep estimasi dan pengujian hipotesis terlebih dahulu dibicarakan beberapa pengertian dasar yang merupakan konsep awal yang harus dipahami agar mudah mengikuti pembahasan.

Inferensi Statistika

Beberapa hal penting berkaitan dengan masalah inferensi seperti estimasi dan pengujian hipotesis adalah :

Definisi 1. (Husein, 2021)
Angka yang merangkum beberapa aspek populasi secara keseluruhan disebut parameter.

Parameter merupakan bilangan atau angka yang menggambarkan karakteristik populasi. Sedangkan statistika adalah angka yang menggambarkan karakteristik suatu sampel. Seringkali sebuah parameter dari suatu populasi tidak bisa/sulit diketahui sehingga yang digunakan adalah statistik dari sampelnya.

Definisi 2 (Salam, et al., 2022)
Estimasi merupakan pendugaan terhadap suatu parameter populasi dimana parameter tersebut terdapat dalam suatu model percobaan.

Ada terdapat dua jenis estimasi yaitu : estimasi titik dan estimasi interval. Suatu hasil estimasi titik dari sebuah parameter θ adalah suatu angka tunggal yang dapat dianggap sebagai nilai yang masuk akal bagi θ. Suatu hasil estimasi interval dari sebuah parameter θ adalah sebaran nilai-nilai yang digunakan untuk mengestimasi θ.

Definisi 3 (Salam, 2021), (Salam, et al., 2020)
Suatu statistik, $T = l(X_1, X_2, \dots, X_n)$ *yang digunakan untuk mengestimasi nilai* $\tau(\theta)$ *disebut estimator dari* $\tau(\theta)$.

Mean sampel ($\bar{x}$) adalah estimator bagi mean populasi (μ_x), persentase sampel (p) adalah estimator bagi persentase papulasi(π) dan variansi sampel (s^2) adalah estimator bagi variansi populasi (σ_x^2).Terdapat beberapa jenis estimator, meliputi estimator tak bias (*unbiased estimator*), estimator konsisten (*consisten estimator*), estimator terbaik (*best estimator*) dan estimator yang mencukupi (*sufficient estimator*). Di antara estimator-estimator tersebut, estimator tak bias dan estimator terbaik merupakan jenis yang penting untuk dikaji pada tahap dasar.

Definisi 4 (Salam, 2021) (Salam, et al., 2020)
Suatu nilai observasi dari suatu statistik, $l(X_1, X_2, \dots, X_n)$ disebut hasil estimasi.
Contoh dari pada hasil estimasi adalah seperti nilai mean, persentase sampel atau variansi sampel.

Definisi 5 (Damanik & Simamora, 2017)
Bila nilai parameter dari populasi diduga dengan memakai beberapa nilai statistik $\hat{\theta}$ yang berada dalam suatu interval, $\theta_1 < \theta < \theta_2$. Maka statistik disebut penduga interval Nilai taksiran parameter tidak terfokus pada satu titik tetapi di dasarkan pada range tertentu, sehingga estimasinya memiliki nilai tertinggi (batas atas) dan nilai terendah (batas bawah).

Estimator (penduga) parameter populasi yang dinyatakan oleh satu nilai tunggal disebut estimator titik dari parameter. Estimator dari parameter populasi dinyatakan oleh dua nilai di antara parameter berada disebut estimator interval dari parameter. Penduga interval menunjukkan ketepatan suatu estimator dan oleh karenanya adalah lebih baik daripada estimator titik.

Uji Hipotesis

Pengujian hipotesis statistik mungkin merupakan bidang paling penting dalam inferensia statistika. Adapun beberapa hal yang berkaitan dengan uji hipotesis adalah sebagai berikut :

Definisi 6 (Anggraini, 2022)
Hipotesis statistik adalah hipotesis yang dinyatakan dengan parameter suatu populasi. Adapun definisi lain dari uji hipotesis yaitu suatu prosedur yang digunakan untuk menguji kevalidan hipotesis statistik suatu populasi dengan menggunakan data dari sampel populasi tersebut.

Dalam usaha untuk memperoleh kesimpulan melalui pengujian hipotesis, biasanya didahului oleh pengandaian atau asumsi mengenai populasi yang bersangkutan. Pengandaian ini, yang mungkin betul ataupun mungkin tidak betul disebut hipotesis statistik. Hipotesis inilah yang akan diteliti menggunakan karakteristik sampel yang diambil dari populasi yang sedang ditinjau.

Definisi 7 (Husein, 2021)
Statistika inferensial adalah cabang statistika yang melibatkan pengambilan kesimpulan tentang populasi berdasarkan informasi yang terdapat dalam sampel yang diambil dari populasi tersebut.

Pembuatan inferensi statistika mengenai segala sifat populasi, hendaknya dilakukan dengan cukup beralasan dan cukup dapat dipertanggungjawabkan. Kesimpulan yang dibuat ini nanti akan menggunakan sifat-sifat atau karakteristik sampel yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Kesimpulan mengenai populasi yang didapat secara demikian di sebut inferensi statistika atau inferensi.

Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan salah satu teknik statistika yang digunakan secara luas dalam ilmu pengetahuan terapan. Disamping digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan anatara dua variabel atau lebih, regresi juga dapat dipergunakan untuk peramalan. Variabel-variabel dalam regresi ada dua jenis yaitu: variabel independen (variabel prediktor) dan variabel dependen (variabel respon). Apabila hubungan antara X dan Y adalah linear, maka persamaan regresi linear yang sebenarnya berbentuk :

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$.

dengan :

y_i adalah nilai variabel respon ke-i.
α dan β adalah parameter.
x_i yaitu nilai dari variabel bebas ke-i.
ε_i adalah *error* diasumsikan tidak saling berkorelasi atau independen N(0, σ^2) sehingga mean E$\{\varepsilon_i\} = 0$ dan varians $\sigma^2\{\varepsilon_i\} = \sigma^2$.
(Suparti, et.al, 2018)(Mayasari, et al., 2019) (Muhartini, et al., 2021)

Model regresi linear sederhana terdiri dari fungsi rata-rata (mean) : $E\ (y|x = a) = \alpha + \beta\, x_i$ .Estimasi fungsi regresinya dapat berupa : $\hat{Y} = \alpha + \beta\, x_i$ dan fungsi variansinya : $Var\ (Y|X = x) = \sigma^2$.

Ekspor dan Impor

Kegiatan ekspor impor memegang peranan sangat penting dalam kehidupan bisnis di Indonesia, tidak saja ditinjau dari segi lalu lintas devisa melainkan juga atas sumbangannya terhadap pendapatan negara. Pemerintah berusaha keras untuk mendorong laju perdagangan luar negeri dengan menciptakan iklim yang kondusif. Adapun definisi dari ekspor dan impor adalah :

Defenisi 8 (BPS Kalimantan Selatan, 2021)
Ekspor adalah suatu kegiatan mengeluarkan barang dari wilayah pabean Republik Indonesia ke negara tujuan tertentu.

Definisi 9 (BPS Kalimantan Selatan, 2021)
Impor adalah suatu kegiatan memasukkan barang dari negara asal ke dalam wilayah pabean Republik Indonesia.

METODE PENELITIAN

Adapun prosedur yang digunakan dalam penelitian sebagai berikut:

1. Mengumpulkan bahan-bahan penelitian yang berhubungan dengan regresi linear.
2. Mempelajari bahan-bahan yang telah dikumpulkan pada point (1).
3. Menjelaskan model regresi linear baik yang sederhana maupun yang berganda.
4. Menentukan metode estimasi model regresi linear yang tepat.
5. Menjelaskan proses estimasi dari model regresi linear baik estimasi titik maupun interval. Estimasi titik menggunakan metode maksimum *likelihood* dan estmasi interval menggunakan besaran pivot.
6. Menjelaskan proses pengujian hipotesis dari model regresi linear.
7. Mengaplikasikan hasil inferensi dalam suatu contoh kasus ekspor dan impor Provinsi Kalimantan Selatan tahun 2020.
8. Mengolah data dari contoh kasus di atas menggunakan program statistika R / R Studio.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Regresi Linear Sederhana

Analisis regresi linear sederhana adalah analisis regresi linear yang hanya melibatkan dua variabel, yaitu satu variabel independen dan satu variabel dependen. Disebut linear sederhana karena variabel dependen diasumsikan berhubungan linear dalam parameter dan linear dengan variabel independen (Rahmawati, et al., 2022)

Secara umum, model regresi linear sederhana dengan satu variabel independen dan fungsi linear dalam X dapat di tulis sebagai berikut :

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \qquad (1)$$

dengan Y : variabel dependen.

X : variabel independen
α : titik potong (*intersept*) kurva terhadap sumbu Y
β : kemiringan (*slope*) kurva linear
ε : variabel pengganggu (*residual*).

Diketahui pasangan data berukuran n (X_i, Y_i) di mana i =1,2,3,…,n dari sebuah populasi, maka model regresi linear dapat ditulis :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \qquad (2)$$

Untuk memperoleh model regresi linear sederhana yang baik, perlu diperhatikan 5 (lima) asumsi dasar yang dikenal dengan asumsi-asumsi model regresi linear yang mempunyai peran penting dalam distribusi α dan β :

1. ε_i adalah sebuah variabel random riil yang memiliki distribusi normal.
2. Nilai mean ε_i untuk setiap i adalah 0 yakni :

   E[ε_i] = 0, untuk i = 1,2,3,…,n.
3. Nilai variansi ε_i untuk setiap i adalah konstan

   Var[ε_i] = σ^2, untuk i = 1,2,3,…, n.

   Asumsi ini dikenal sebagai asumsi homoskedastisitas. Pelanggaran terhadap asumsi ini disebut heteroskedastisitas.
4. Faktor gangguan dari setiap pengamatan yang berbeda tidak saling mempengaruhi (bersifat independen).

   E[$\varepsilon_i \varepsilon_j$] = 0, untuk $i \neq j$.

   Asumsi ini dikenal sebagai asumsi nir-autokorelasi. Pelanggaran terhadap asumsi ini disebut autokorelasi.
5. Faktor gangguan tidak dipengaruhi oleh variabel independen.

   E[$\varepsilon_i X_j$] = 0, untuk semua i,j = 1,2,3,…,n. (Qudratullah, 2013).

Asumsi 1 sampai 3 di atas diketahui $\varepsilon_i \sim$ N(0, σ^2) maka dapat diperoleh rata-rata dan variansi dari Y yaitu :

a. Rata-rata (Y)

$$\begin{aligned} E(Y_i) &= E(\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i), \\ &= \alpha + \beta X_i + E(\varepsilon_i), \text{ karena } E[\varepsilon_i] = 0. \\ &= \alpha + \beta X_i. \end{aligned}$$

b. Variansi (Y)

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(Y_i) = E[(Y_i - \bar{Y})^2] &= E[(Y_i - E(Y_i))^2] \\ &= E[(\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i) - (\alpha + \beta X_i))^2] \\ &= E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2. \end{aligned}$$

Akibat lebih lanjut dari $\varepsilon_i \sim$ N(0, σ^2) adalah $Y_i \sim$ N(($\alpha + \beta X_i$), σ^2).

Estimasi Parameter Model Regresi Linear Sederhana.

Koefisien regresi α dan β merupakan parameter dan nilainya tidak diketahui, tetapi parameter tersebut dapat diestimasi dari data sampel. Ada 2 (dua) metode estimasi yang biasa digunakan untuk mengestimasinya, yaitu : Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dan Metode Maksimum *Likelihood* (MML).

Sifat-sifat Estimator

Estimator dari α dan β, yaitu $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$, memiliki sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) atau tidak.

Sifat-sifat dari estimator dari regresi linear adalah :

1. Linear

Sifat ini dibutuhkan untuk memudahkan perhitungan. Dari persamaan

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$. Diperoleh :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i(X_i - \bar{X}) - \bar{Y}(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$, karena $\sum_{i=1}^{n} \bar{Y}(X_i - \bar{X}) = 0$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i\,(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

Misalkan $k_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}\ (X_i - \bar{X})^2}$ maka :

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} k_i Y_i \tag{3}$$

Demikian juga halnya dengan persamaan $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$ dapat dijabarkan seperti:

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} k_i Y_i$$

Misalkan $a_i = (\frac{1}{n} - \bar{X}k_i)$ maka

$$\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} a_i Y_i \tag{4}$$

Dari persamaan (3) dan (4), tampak bahwa $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ linear terhadap Y.

2. Tidak Bias (*Unbised*)

Suatu penaksiran dikatakan tidak bias, jika nilai harapannya sama dengan nilai parameter sebenarnya. Dari persamaan (3) dan $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + \varepsilon_i$, dapat ditulis :

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} k_i\ (\hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + \varepsilon_i)$$
$$= \alpha\sum_{i=1}^{n} k_i + \beta\sum_{i=1}^{n} k_i X_i + \sum_{i=1}^{n} k_i\varepsilon_i$$

Karena $k_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})}$ maka :

$\sum_{i=1}^{n} k_i = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} = 0$ dan $\sum_{i=1}^{n} k_i X_i = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} = 1$

Sehingga diperoleh :

$\hat{\beta} = \beta + \sum_{i=1}^{n} k_i \varepsilon_i \Rightarrow$ $\quad \mathrm{E}(\hat{\beta}) = \mathrm{E}(\beta) + \sum_{i=1}^{n} k_i \varepsilon_i)$

$\mathrm{E}(\hat{\beta}) = \mathrm{E}(\beta) + \sum_{i=1}^{n} E(k_i \varepsilon_i)$

$\mathrm{E}(\hat{\beta}) = \beta.$ (5)

Dari persamaan (3) dan $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i + \varepsilon_i$, dapat ditulis : $\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} a_i Y_i$ dengan menggunakan cara yang hamper sama, dapat ditunjukkan bahwa :

$\mathrm{E}(\hat{\alpha}) = \alpha$ (6)

Dari persamaan (5) dan (6) tampak bahwa $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ merupakan penaksir-penaksir yang tidak bias.

3. Terbaik (*Best*).

Suatu penaksir dikatakan *best*, jika penaksir tersebut memiliki nilai variansi terkecil dibanding dengan penaksir lain yang juga linear dan tak bias. Pertama-tama akan dicari variansi dari $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$:

Var $(\hat{\beta})$ = $\mathrm{E}[(\hat{\beta} - \beta)^2]$, karena $\hat{\beta} = \beta + \sum_{i=1}^{n} k_i \varepsilon_i$

$= \mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} k_i \varepsilon_i)^2]$

$= \mathrm{E}[\sum_{i=1}^{n} k_i^2 \varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^{n} 2 k_i k_j \varepsilon_i \varepsilon_j]$

$= \sum_{i=1}^{n} k_i^2 E(\varepsilon_i^2) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} 2 k_i k_j E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$, karena $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ dan $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$.

$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} k_i^2$, karena $\sum_{i=1}^{n} k_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right)^2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$

Var $(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$ (7)

Sedangkan :

Var $(\hat{\alpha}) = \mathrm{E}[(\hat{\alpha} - \alpha)^2]$, karena $\hat{\alpha} = \alpha + \sum_{i=1}^{n} a_i \varepsilon_i$

$= \mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} a_i \varepsilon_i)^2]$

$= \sum_{i=1}^{n} a_i^2 E(\varepsilon_i^2) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} 2 a_i a_j E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$ karena $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$, $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$

$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} a_i^2$,

karena $a_i = \left(\frac{1}{n} - \bar{X} k_i\right) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{2\bar{X} k_i}{n} + \bar{X}^2 k_i^2\right)$

Var $(\hat{\alpha}) = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}\right)$

$$= \frac{\sum {X_i}^2}{n \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$= \frac{\sigma^2 \sum {X_i}^2}{n \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \,. \tag{8}$$

Sekarang akan dibuktikan Var ($\hat{\alpha}$) dan Var ($\hat{\beta}$) memiliki variansi minimum. Untuk membuktikan $\hat{\beta}$ memiliki variansi minimum, perlu dibandingkan dengan variansi penaksir β lainnya yang memiliki sifat linear dan tidak bias (katakanlah β^*).

Misalkan $\beta^* = \sum_{i=1}^{n} w_i Y_i$ adalah penaksir lain dari β yang memiliki sifat linear dan tak bias, di mana $w_i \neq k_i$ suatu konstanta $(w_i = k_i + c_i)$, maka :

$$\beta^* = \sum_{i=1}^{n} w_i\,(\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i) = \alpha \sum_{i=1}^{n} w_i + \beta \sum_{i=1}^{n} w_i\, X_i + \sum_{i=1}^{n} w_i\, e_i$$

Sehingga

$$E(\beta^*) = E\,(\alpha \sum_{i=1}^{n} w_i + \beta \sum_{i=1}^{n} w_i\, X_i + \sum_{i=1}^{n} w_i\, e_i)$$

$$E(\beta^*) = \alpha \sum_{i=1}^{n} w_i + \beta \sum_{i=1}^{n} w_i\, X_i \tag{9}$$

Karena β^* adalah penaksir yang tidak bias untuk β $[\,E(\beta^*) = \beta]$, maka pada persamaan (9) di atas, nilai $\sum_{i=1}^{n} w_i = 0$ dan $\sum_{i=1}^{n} w_i\, X_i = 1$.

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 0 \quad \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(k_i + c_i) = \sum_{i=1}^{n} k_i + \sum_{i=1}^{n} c_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} k_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} c_i = 0$

$\sum_{i=1}^{n} w_i + X_i = 1 \quad \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(k_i + c_i)X_i = \sum_{i=1}^{n} k_i X_i + \sum_{i=1}^{n} c_i X_i = 1,$

$\sum_{i=1}^{n} k_i X_i = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} c_i X_i = 0$

Jadi variansi dari β^* adalah :

Var ($\hat{\beta}^*$) = E[($\hat{\beta}^* - \beta)^2$], karena $\hat{\beta}^* = \beta + \sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i$

$= \mathrm{E}[(\sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i)^2]$

$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} w_i^2$ {sama dengan cara mendapatkan Var ($\hat{\beta}$)}

Karena $\sum_{i=1}^{n} w_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (k_i + c_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} k_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} k_i\, c_i + \sum_{i=1}^{n} c_i^2$ dan

$$\sum_{i=1}^{n} k_i\, c_i = \sum_{i=1}^{n} c_i \frac{(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2} = 0$$

Maka : $\sum_{i=1}^{n} w_i^2 = \sum_{i=1}^{n} k_i^2 + \sum_{i=1}^{n} c_i^2$

Sehingga Var ($\hat{\beta}^*$) $= \sigma^2 \; (\sum_{i=1}^{n} k_i^2 + \sum_{i=1}^{n} c_i^2)$

Oleh karena $\sum_{i=1}^{n} c_i^2 > 0$ (selalu positif), maka Var ($\hat{\beta}^*$) > Var ($\hat{\beta}$). Hal ini menunjukkan bahwa $\hat{\beta}$ memiliki sifat *best* (variansi minimum). Dan dengan cara yang sama dapat pula dibuktikan $\hat{\alpha}$ memiliki sifat *best* (variansi minimum).

Inferensi dalam Analisis Regresi

Inferensi dalam analisis regresi sederhana dilakukan pada masing-masing parameternya yaitu :

Inferensi Tentang $\boldsymbol{\alpha}$

Interval konfidensi untuk α, pada tingkat kepercayaan (1-φ)100% adalah :

$$P\left[-t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} \leq \frac{\hat{\alpha}-\alpha}{s(\hat{\alpha})} \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)}\right] = (1-\varphi)$$

$$P\left[\hat{\alpha} - t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\alpha}) \leq \alpha \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\alpha})\right] = (1-\varphi)$$

Jadi interval konfidensi pada tingkat kepercayaan (1-φ)100% untuk α adalah :

$$\hat{\alpha} - t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\alpha}) \leq \alpha \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\alpha}) .$$

Uji hipotesis untuk α digunakan untuk mengetahui apakah garis regresi melalui titik pusat (pangkal) atau tidak . Diberikan hipotesis :

H_0 : $\alpha = 0$ {garis regresi melalui titik pusat/pangkal}

H_1 : $\alpha \neq 0$

Karena H_0 : $\alpha = 0$, maka statistik uji yang digunakan adalah :

$$t^* = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{s(\hat{\alpha})}.$$

Hipotesis H_0 ditolak pada tingkat kepercayaan (1-φ)100%, jika nilai $|t - hitung| > t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)}$. (Qudratullah, 2013).

Inferensi Tentang $\boldsymbol{\beta}$

Untuk inferensi tentang β dapat digunakan transformasi :

$$t^* = \frac{\hat{\beta} - \beta}{s(\hat{\beta})}$$

dengan

$$s(\hat{\beta}) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}} .$$

Parameter β berdistribusi t dengan derajat bebas (n-2) adalah :

$$P\left[-t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} \leq \frac{\hat{\beta}-\beta}{s(\hat{\beta})} \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)}\right] = (1-\varphi)$$

$$P\left[\hat{\beta} - t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\beta}) \leq \beta \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\beta})\right] = (1-\varphi).$$

Jadi interval konfidensi pada tingkat kepercayaan (1-φ)100% untuk β adalah :

$$\hat{\beta} - t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\beta}) \leq \beta \leq t_{\left(\frac{\varphi}{2},n-2\right)} s(\hat{\beta}).$$

Uji hipotesis untuk β digunakan untuk mengetahui hubungan linear antara variabel dependen (Y) dengan variabel independen (X). Diberikan hipotesis :

H_0 : $\beta = 0$

H_1 : $\beta \neq 0$ {terdapat hubungan linear antara Y dengan X }

Karena H_0: $\beta = 0$, maka statistik uji yang digunakan adalah $t^* = \frac{\hat{\beta}}{s(\hat{\beta})}$. Hipotesis H_0 ditolak pada tingkat kepercayaan (1-φ)100%, jika nilai $|t - hitung| > t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}$. (Qudratullah, 2013).

Contoh Kasus

Untuk memperjelas pembahasan tentang inferensi pada model regresi linear diberikan contoh kasus sebagai berikut :

Diketahui hubungan antara nilai Ekspor (Y) dan nilai Impor (X) seperti data di bawah ini :

Tabel 1. Nilai Impor Provinsi Kal Sel Tahun 2020

Bulan	Nilai Impor Prov. KalSel (Juta US $) Tahun 2020 (X)
Januari	66,15
Februari	90,79
Maret	59,12
April	38,25
Mei	20,03
Juni	32,16
Juli	38,11
Agustus	23,93
September	39,75
Oktober	33,56
November	28,22
Desember	52,31

(BPS Kalimantan Selatan, 2020a)

Tabel 2. Nilai Ekspor Provinsi Kal Sel Tahun 2020

Bulan	Nilai Ekspor Prov. KalSel (Juta US $) Tahun 2020 (Y)
Januari	659,36
Februari	725,29
Maret	820,90
April	540,60
Mei	366.00
Juni	388,10
Juli	344.00
Agustus	340,38
September	328,50
Oktober	354,06
November	509,70
Desember	556,80

(BPS Kalimantan Selatan, 2020b)

Langkah awal, dicari korelasi dan model regresi dari nilai koefisien korelasi, yang diperoleh r = 0.7909995 menyatakan bahwa, variabel impor (X) dan variabel ekspor (Y) memiliki hubungan linear yang positif dan kuat, karena nilainya lebih dari 0,75.

Model regresi linear antara variabel impor (X) dan ekspor (Y) adalah :

$$Y = 207{,}533 + 6{,}591\,X \tag{10}$$

Model regresi linear persamaan (10) mempunyai *adjusted* R *square* yaitu 0,5884 yang artinya 58,84% nilai ekspor (Y) mampu dijelaskan oleh nilai impor (X) dan sisanya dijelaskan oleh faktor lainnya. Setiap penambahan 1 nilai impor, maka nilai ekspor bertambah sebesar 6,591. Terlihat bahwa pada persamaan tersebut mengandung operasi pertambahan, artinya semakin tinggi nilai X maka akan semakin tinggi pula nantinya nilai Y. Semisal X atau impor bernilai 50, maka kita dapat memprediksi nilai ekspornya yaitu $537{,}11$.

Berikutnya dilakukan tahap pengujian hipotesis mengenai parameter model regresi α dan β adalah sebagai berikut :

a. Nilai p-value yang diperoleh untuk α (*intercept*) adalah sebesar 0.0222. Hal ini menunjukkan bahwa p-value < 0.05 sehingga H_0 ditolak. Artinya garis regresi tidak melewati titik pangkal sehingga konstanta (α) signifikan masuk ke dalam model regresi.

b. Nilai p-value untuk β adalah sebesar 0.00218, yang artinya p-value $<$ 0.05 sehingga H_0 ditolak. Artinya, koefisien dari β signifikan masuk ke dalam model regresi.

Langkah terakhir adalah menentukan interval konfidensi untuk parameter α dan β yakni :

a. Interval konfidensi untuk α adalah : 36.377373 ≤ α ≤ 378.80843.
b. Interval konfidensi untuk β adalah : 2.998299 ≤ β ≤ 10.18071.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa :

1. Estimasi titik dan interval dari model regresi linear secara berurutan adalah : $\hat{\beta} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{n\sum_{i=1}^{n} X_{i=1}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}$, $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\,\bar{X}$ dan $\hat{\alpha} - t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}{}^{*}\, s(\hat{\alpha}) \leq \alpha \leq \hat{\alpha} + t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}{}^{*}\, s(\hat{\alpha})$ dan $\hat{\beta} - t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}{}^{*}\, s(\hat{\beta}) \leq \beta \leq \hat{\beta} + t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}{}^{*}\, s(\hat{\beta})$.
2. Uji hipotesis untuk parameter $\hat{\alpha}$ adalah H_0 : $\hat{\alpha} = 0$ dan H_1: $\alpha \neq 0$ maka statistik uji yang digunakan adalah: $t^* = \frac{\hat{\alpha}}{s(\hat{\alpha})}$. H_0 ditolak pada tingkat kepercayaan (1-φ)* 100%, jika nilai $|t - hitung| > t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}$. Serta uji hipotesis untuk parameter $\hat{\beta}$, H_0 : $\hat{\beta} = 0$ dan H_1 : $\beta \neq 0$ maka statistik uji yang digunakan adalah : $t^* = \frac{\hat{\beta}}{s(\hat{\beta})}$. H_0 ditolak pada tingkat kepercayaan (1-φ)100%, jika nilai $|t - hitung| > t_{\left(\frac{\varphi}{2}, n-2\right)}$.
3. Model regresi linear antara variabel impor (X) dan ekspor (Y) adalah :
$$Y = 207{,}533 + 6{,}591\,X$$
Model regresi linear di atas mempunyai *adjusted* R *square* yaitu 0,5884 yang artinya 58,84% nilai ekspor (Y) mampu dijelaskan oleh nilai impor (X) dan sisanya dijelaskan oleh faktor lainnya.

   Interval konfidensi untuk parameter α dan β adalah :
   a. Interval konfidensi untuk α adalah : 36.377373 ≤ α ≤ 378.80843.
   b. Interval konfidensi untuk β adalah : 2.998299 ≤ β ≤ 10.18071.

Penelitian yang lebih lanjut dapat dilakukan dengan meneliti inferensi model regresi linear multivariabel dan menggunakan contoh kasus untuk data dengan mutivariabel.

UCAPAN TERIMAKASIH

Ucapan terima kasih penulis haturkan kepada Universitas Lambung Mangkurat yang telah mendanai penelitian ini melalui dana PNBP Universitas Lambung Mangkurat tahun anggaran 2022.

REFERENSI

Anggraini Y. (2022). *Efektivitas Metode Picture and PictureTerhadap Hasil Belajar Materi Persebaran Fora dan Fauna Di Indonesia pada Siswa Kelas IV SDN 3 Bangkleyan Kabupaten Blora*. IAIN Ponorogo.

BPS Kalimantan Selatan. (2020a). *Badan Pusat Statistika Kalimantan Selatan*. Nilai Impor (Juta US$), 2020. https://kalsel.bps.go.id/indicator/8/71/3/nilai-impor.html

BPS Kalimantan Selatan. (2020b). *Badan Pusat Statistika Kalimantan Selatan*. Nilai Ekspor (Juta US$), 2020. https://kalsel.bps.go.id/indicator/8/68/3/nilai-ekspor.html

BPS Kalimantan Selatan. (2021). *Statistik Ekspor Impor Provinsi Kalimantan Selatan 2020* (Badan Pusat Statistik Provinsi Kalimantan Selatan (ed.)). Cv.Karya Bintang Musim.

Damanik, E. O., & Simamora, E. (2017). Estimasi Interval Kepercayaan Parameter Selisih Rata-Rata Ipk Kelas Pendidikan Reguler Negeri Medan Dengan Bootstrap Persentil. *Karismatika*, Vol.*5*(3), 1–9.

Husein, I. (2021). *Statistika Dasar I*. 1–163.

Kurniawan R dan Yuniarto B. (2018). *Analisis Regresi Dasar dan Penerapannya dengan R* (2nd ed.). Prenada Media Grup.

Mayasari, R., Hastarina, M., & Apriyani, E. (2019). Analisis turbidity terhadap dosis koagulan dengan metode regresi linear (studi kasus di PDAM Tirta Musi Palembang*). Jurnal Integrasi Sistem Industri*, Vol.6(2), 117–125. https://doi.org/https://dx.doi.org/10.24853/jisi.6.2.117-125

Muhartini, A. A., Sahroni, O., Rahmawati, S. D., Febrianti, T., & Mahuda, I. (2021). Analisis Peramalan Jumlah Penerimaan Mahasiswa Baru Dengan Menggunakan Metode Regresi Linear Sederhana. *Jurnal Bayesian : Jurnal Ilmiah Statistika Dan Ekonometrika*, Vol.1(1), 17–23. http://bayesian.lppmbinabangsa.id/index.php/home/article/view/2

Oeliestina, O. (2020). Pengaruh Ekspor, Impor dan Kurs Rupiah terhadap pertumbuhan ekonomi Provinsi Jambi. *Jurnal Menara Ekonomi : Penelitian Dan Kajian Ilmiah Bidang Ekonomi* Vol. 6(2), 41–51. https://doi.org/10.31869/me.v6i2.1771

Petrus Katemba, & Koro, R. (2017). Prediksi Tingkat Produksi Kopi Menggunakan Regresi Linear. *Jurnal Ilmiah Flash* Vol *3*, 42–51.

Qudratullah. M.F. (2013). *Analisis Regresi Terapan : Teori,Contoh Kasus dan*

Aplikasi dengan SPSS (FL Sigit Suyantoro (ed.); Pertama). CV Andi Offset (Penerbit ANDI).

Rahmawati, D., Kristanto, T., Freega Setya Pratama, B., & Bagas Abiansa, D. (2022). Prediksi Pelaku Perjalanan Luar Negeri Di Masa Pandemi COVID-19 Menggunakan Metode Regresi Linier Sederhana. *Journal of Information System Research*, *3*(3), 338–343. https://doi.org/10.47065/josh.v3i3.1507

Salam, N., Farid, F.M., Maisarah., & Haviva, N. (2020). Estimasi Model Linear Parsial untuk Data Respon Hilang Menggunakan Pendekatan Normal. *Binawakya*, *14*, 3697. http://ejurnal.binawakya.or.id/index.php/MBI

Salam, N.,Sukmawaty,Y., & Halida, A. (2022). *Estimasi Model Regresi Nonparametrik dengan Metode B-Spine. Binawakya*, *16*, 7631. http://ejurnal.binawakya.or.id/index.php/MBI

Salam., N. (2021). Partially linear model estimation for missing response data. *Journal of Physics: Conference Series*, *2106*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/2106/1/012013

Sarbaini, et. a. (2022). Pengaruh Tingkat Kemiskinan Terhadap Pembangunan Rumah Layak Huni Di Provinsi Riau Menggunakan Metode Analisis Regresi Sederhana. *Jurnal Teknologi dan Manajemen Industri Terapan (JTMIT) Vol.*1(3), 131–136.

Sari, T. N., & Rauf, A. (2018). Dampak Inflasi Terhadap Ekspor Dan Impor Di Indonesia Periode Tahun 2013 – 2017. *Dynamic Management Journal*, *2*(2). https://doi.org/10.31000/dmj.v2i2.1270

Suparti et.al. (2018). *Regresi Nonparametrik* (Team WAPE Publish (ed.); Pertama). Wade Group.

Windana, G. I., Irawati, T., & Fitriasih, S. H. (2022). Penggunaan Metode Technology Acceptance Model Dalam Analisis Loyalitas Pengguna E-Commerce. *Jurnal TIKomSiN* Vol.10(1), 34–43.