Epsilon: Jurnal Matematika Murni dan Terapan
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.16 No.2 (Desember 2022) Hal. 146-161

PENYELESAIAN PERMASALAHAN PEMROGRAMAN LINEAR BILANGAN BULAT MULTIOBJEKTIF MENGGUNAKAN METODE PEMBOBOTAN DAN METODE REDUKSI VARIABEL (Studi Kasus: UKM Keripik Anong di Singkawang)

Anggi, Bayu Prihandono, Mariatul Kiftiah

Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Tanjungpura Pontianak
Jl. Prof. Dr. H. Hadari Nawawi, 78124, Kalimantan Barat
email: *anggimtk@student.untan..ac.id*

ABSTRACT

UKM Keripik Anong is a business entity that produces various types of chips. In the process, UKM Keripik Anong does not yet have a precise estimate to determine the number of products that must be sold so that the income obtained is maximum and the production costs incurred can be minimized. Therefore, it is necessary to study the planning of the number of chips that must be produced in order to obtain an optimal solution. The existing problems are modeled into a multiobjective integer linear programming model and then the optimal solution is sought using the Weighting method and the Variable Reduction method. For the first objective function, manely maximizing income it is assumed with Z_1, and for the second objective function manely minimizing production cost it is assumed with Z_2. Determination of weight values is based on information from UKM prioritize income over production costs but still do not ignore production costs, so that weights for Z_1 and Z_2 can be determined respectively 60% and 40%. This weight value is used to change the multiobjective function into a single objective function then to find the optimal solution with integer value solution used Variable Reduction method. Based on the calculation, the optimal number of chips that must be sold in a week is cassava chips, banana chips, stick taro chips, purple sweet potato chips and breadfruit chips each 25 kg, and round taro chips 48 kg. with a total income to be obtained is Rp9.735.000 and production costs that must be incurred are Rp4.726.056.

Keywords: Income, Production Cost, Single Objective Function.

ABSTRAK

UKM Keripik Anong merupakan badan usaha yang memproduksi berbagai jenis keripik. Dalam proses produksinya, UKM Keripik Anong belum memiliki perkiraan yang tepat untuk menentukan jumlah produk yang harus diproduksi agar pendapatan yang diperoleh maksimum dan biaya produksi yang dikeluarkan dapat diminimumkan. Oleh karena itu, perlu dilakukan kajian perencanaan jumlah keripik yang harus diproduksi untuk mengoptimalkan pendapatan dan biaya produksi. Permasalahan yang ada dimodelkan ke dalam model pemrograman linear bilangan bulat multiobjektif kemudian dicari solusi optimalnya menggunakan metode pembobotan dan metode reduksi variabel. Untuk fungsi objektif pertama yaitu memaksimumkan pendapatan dinotasikan dengan Z_1, dan untuk fungsi objektif kedua yaitu meminimumkan biaya produksi dinotasikan dengan Z_2. Penentuan nilai bobot didasarkan informasi dari pihak UKM yang lebih mementingkan pendapatan daripada biaya produksi, tetapi dengan tidak mengabaikan biaya produksi, sehingga dapat ditentukan bobot untuk Z_1 dan Z_2 masing-masing 60% dan 40%. Nilai bobot ini digunakan untuk mengubah fungsi multiobjektif menjadi fungsi objektif tunggal, kemudian untuk mencari solusi optimal dengan solusi bernilai bilangan bulat digunakan metode reduksi variabel. Berdasarkan perhitungan, jumlah keripik optimal yang sebaiknya diproduksi dalam seminggu adalah keripik singkong, keripik pisang, keripik talas stik, keripik ubi ungu dan keripik sukun masing-masing 25 kemasan, serta keripik talas bulat 48 kemasan. Dengan total pendapatan yang akan diperoleh sebesar Rp9.735.000 dan biaya produksi yang harus dikeluarkan sebesar Rp4.726.056.

Kata kunci: Pendapatan, Biaya Produksi, Fungsi Objektif Tunggal.

Received: 22 November 2022, Accepted: 9 Desember 2022, Published: 10 Desember 2022

PENDAHULUAN

Riset Operasi merupakan usaha yang berkaitan dengan pengambilan keputusan berbentuk ilmiah dengan cara menentukan suatu model yang sesuai dalam menjalankan suatu sistem melalui alokasi sumber daya terbatas untuk mendapatkan hasil yang optimum (Maswarni, Hermawan, & Kartono, 2019). Masalah industri yang penyelesaiannya dapat dianalisa dengan menggunakan riset operasi yaitu *planning* dapat digunakan untuk menentukan kombinasi produk (Siang, 2014). Salah satu model yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi adalah pemrograman linear yaitu suatu teknik pemodelan yang bersifat analitis dengan tujuan menentukan beberapa kombinasi alternatif penyelesaian masalah, kemudian dipilih yang terbaik (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Optimasi matematis yang dimana beberapa atau semua variabelnya dibatasi menjadi bilangan bulat disebut pemrograman linear bilangan bulat (Mulyono, 2004). Untuk menyelesaikan permasalahan pada pemrograman linear bilangan bulat dapat menggunakan beberapa metode yaitu metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane.* Untuk metode *Branch and Bound* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Grafik ataupun metode Simpleks sedangkan untuk metode *Cutting Plane* dapat diselesaikan menggunakan metode Simpleks dan metode Dual Simpleks, namun kedua metode tersebut memiliki keterbatasan yaitu banyaknya sub masalah dan iterasi yang dilakukan tidak dapat diprediksi. Oleh karena itu, untuk mengatasi keterbatasan tersebut digunakan pendekatan baru yaitu menggunakan metode Reduksi Variabel (Novtaria & Bahri, 2014). Namun seringkali permasalahan nyata yang dihadapi dalam menyelesaikan pemrograman linear memiliki lebih dari satu fungsi objektif yang hendak dicapai yang disebut dengan fungsi multiobjektif. Permasalahan seperti ini dapat diselesaikan dengan metode Pembobotan, yaitu metode yang digunakan untuk ditambahkan nilai bobot ke masing-masing fungsi objektifnya (Habinuddin, 2007).

Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah memaksimumkan pendapatan dan meminimumkan biaya produksi yang dikeluarkan untuk memproduksi keripik pada UKM Keripik Anong yang berlokasi di Desa Setapuk, Singkawang Utara, Kalimantan Barat. Banyaknya produk yang akan diproduksi perusahaan atau variabel keputusan yang ingin dicapai bernilai bilangan bulat. Hal ini dikarenakan pihak UKM menjual keripik dalam bentuk kemasan, dimana 1 kemasannya itu memiliki berat 1Kg.

Sepanjang proses produksinya UKM Keripik Anong belum memiliki perkiraan yang tepat agar memperoleh pendapatan yang maksimum dan biaya produksi yang dikeluarkan minimum. Oleh karena itu, perlu dilakukan perencanaan banyaknya produksi keripik yang tepat sehingga dapat diperoleh solusi yang optimal menggunakan metode pembobotan dan metode reduksi variabel.

TINJAUAN PUSTAKA

Metode Pembobotan *(Fixed Weight Method)*

Metode pembobotan merupakan teknik pengambilan keputusan pada suatu proses yang melibatkan berbagai faktor secara bersama-sama dengan cara memberi bobot (w_j) pada masing-masing fungsi objektifnya dengan mencari peluang terlebih dahulu (Herlawati, Kurnia, & Afendi, 2013). Model pembobotan dapat dilihat pada persamaan berikut (Zenis, Fajar, & Ramdani, 2015):

$$Maks/Min\ WZ = \sum_{j=1}^{n} w_f Z_j$$

dengan fungsi kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &(\leq/=/\geq) b_1 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &(\leq/=/\geq) b_m \\ x_1, x_2, \cdots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Dengan $w_f \geq 0$ dan $w_1 + w_2 + \cdots + w_n = 1$

dimana : w_f menyatakan bobot fungsi tujuan ke-f, dengan $f = 1,2,\cdots,n$.

Formula pada Persamaan (1) dapat diselesaikan untuk mendapatkan solusi optimalnya, karena sudah terbentuk pemrograman linear fungsi objektif tunggal.

Pemrograman Linear Bilangan Bulat

Pemrograman linear bilangan bulat adalah pemrograman linear dengan variabel keputusannya berupa bilangan bulat (Taha, 1996). Model matematis pemrograman linear bilangan bulat hampir sama dengan Model pemrograman linear, hanya saja untuk pemrgraman linear bilangan bulat ditambahkan batasan untuk variabel keputusannya harus bilangan bulat (Basriati, 2018). Bentuk umum dari pemrograman linear bilangan bulat sebagai berikut (Hayati, 2010):

$$Maks/Min\ Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan fungsi kendala: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i,$

untuk $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$. (2)

$$x_j \geq 0 \text{ dan } x_j \in \mathbb{Z}$$

Metode Reduksi Variabel

Metode reduksi variabel adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear bilangan bulat, yang melibatkan pemindahan suatu variabel keputusan ke sisi lain sebuah fungsi kendala (Safitri, Basriati, & Ramadhania, 2020).

Langkah-langkah dalam penyelesaian metode Reduksi Variabel untuk n variabel pada kasus maksimum sebagai berikut (Pandian & Jayalakshmi, 2012).

1. Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat pada Persamaan (2) sebagai (P). Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j dimana $j = 1, 2, \cdots, n$ yang dinotasikan dengan x_j°, menggunakan Persamaan (3) berikut:

   $$x_j^{\circ} = min\left\{\left\lfloor \frac{b_i}{a_{ij}} \right\rfloor\right\} \quad \text{dengan} \quad i = 1, 2, \cdots, m;\ j = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

   Sehingga diperoleh $\bar{x}_r \in \{0, 1, \cdots, Y_r\}$.
2. Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r \in \{0,1,2, \cdots, Y_r\}$ yang melibatkan $n - 1$ pada variabel x_j dimana $j = 1, 2, \cdots n$ dan $j \neq r$, sehingga diperoleh Pertidaksamaan (4):

   $$Maks/Min\ Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   Dengan fungsi kendala: $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i - a_r \bar{x}_r$

   $x_j \geq 0$ dan $x_j \in \mathbb{Z}$ untuk $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$, $j \neq r$ (4)
3. Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j dimana $j = 1, 2, \cdots, n$ yang dinotasikan dengan x_j° dan $j \neq r$ dalam permasalahan $\left(P(\bar{x}_r)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r \in \{0, 1, \cdots, Y_r\}$. Substitusikan nilai $\bar{x}_r \in \{0, 1, \cdots, Y_r\}$ ke Persamaan (5) berikut:

   $$x_j^{\circ} = min\left\{\left\lfloor \frac{b_i - a_r \bar{x}_r}{a_{ij}} \right\rfloor\right\} \quad \text{dengan} \quad i = 1, 2, \cdots, m;\ j = 1, 2, \cdots, n \tag{5}$$

   Sehingga diperoleh $\bar{x}_s \in \{0, 1, \cdots, Y_s\}$.
4. Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r \in \{0, 1, \cdots, Y_r\}$ dan $\bar{x}_s \in \{0, 1, \cdots, Y_s\}$ yang melibatkan $n - 2$ pada variabel x_j dimana $j = 1, 2, \cdots, n$ dan $j \neq r, s$. Sehingga diperoleh Pertidaksamaan (6) berikut:

$$Maks\ Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan fungsi kendala: $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i - a_r \bar{x}_r - a_s \bar{x}_s$ (6)

$x_j \geq 0$ dan $x_j \in \mathbb{Z}$ untuk $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n.$

$$j \neq r, s$$

5. Lanjutkan langkah 3 dan langkah 4 sehingga terbentuk sebuah set dari permasalahan pemrograman linear bilangan bulat yaitu $\left(P(\bar{x}_r,\ \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_k \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_k\}$.
6. Menyelesaikan sebuah set dari permasalahan pemrograman linear bilangan bulat yang ada pada langkah 5, dengan cara berikut:

   $$Maks\ Z = \left\{ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r,s,\cdots,k}}^{n} c_j x_j \,;\, (\bar{x}_r, \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k) \in W \right\}$$

   $$\text{dimana}: W = \left\{ \begin{matrix} (\bar{x}_r, \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k);\ \ \bar{x}_k \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_k\}, \\ x_j^{\circ} = min\left\{ \left\lfloor \frac{b_i - a_k \bar{x}_k}{a_{ij}} \right\rfloor \right\} \end{matrix} \right\}$$

   Y_k adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_k$. substitusikan $\bar{x}_k \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_k\}$ ke Persamaan (7) berikut:

   $$x_j^{\circ} = min\left\{ \left\lfloor \frac{b_j - a_k \bar{x}_k}{a_{ij}} \right\rfloor \right\} \tag{7}$$

   dengan: $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$
7. Menentukan calon solusi optimal dari $\left\{Z\left(P(\bar{x}_r,\ \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)\right\}$ untuk $\bar{x}_k \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_k\}$. Solusi dikatakan optimal untuk kasus maksimal dengan cara memilih $\left\{Z\left(P(\bar{x}_r,\ \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)\right\}$ yang bernilai terbesar.

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini berupa studi literatur yang diperoleh dari buku dan artikel. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diperoleh dari UKM Keripik Anong yang berada di Desa Setapuk, Singkawang Utara, Kalimantan Barat, dimana data yang digunakan yaitu data produksi setiap minggu meliputi data biaya produksi, harga jual, persediaan bahan baku, bahan baku yang digunakan dan banyak permintaan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Pembobotan dan metode Reduksi Variabel. Langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Input data (biaya produksi, harga jual, persediaan bahan baku, bahan baku yang digunakan, banyak permintaan).
2. Memformulasikan permasalahan ke dalam bentuk pemrograman linear bilangan bulat multiobjektif dengan n variabel dan m kendala yaitu $Z_i = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ dan fungsi kendala $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\leq,\ =,\ \geq)\, b_i$.

3. Menentukan nilai bobot yang akan disubstitusikan ke dalam persamaan fungsi multiobjektif berdasarkan pemberi keputusan *(decision maker)*.
4. Mengubah fungsi multiobjektif tersebut menjadi fungsi objektif tunggal dengan mensubstitusikan nilai bobot yang telah ditentukan pada fungsi multiobjektif sehingga diperoleh fungsi objektif tunggal.
5. Mengasumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat dengan fungsi objektif tunggal yang telah dibentuk sebagai (P).
6. Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j dimana $j = 1, 2, \cdots, n$ yang dinotasikan dengan x_j°. Jika hasil nilai minimum dari x_j° sama maka pilih salah satu nilai minimum dari x_j°, jika hasil nilai minimum dari x_j° berbeda maka pilih nilai minimum x_j°.
7. Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_r\}$ yang melibatkan $n - 1$ pada veriabel x_j.
8. Perhitungan selesai ketika diperoleh $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_k \in \{0,1,2, \cdots, Y_k\}$ yang melibatkan $n - (n - 1)$ pada variabel x_j.
9. Menentukan calon solusi optimal dari $\left\{WZ\left(P(\bar{x}_r,\ \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)\right\}$ untuk $\bar{x}_k \in \{0, 1, 2, \cdots, Y_k\}$. Solusi dikatakan optimal untuk kasus maksimal dengan cara memilih $\left\{WZ\left(P(\bar{x}_r,\ \bar{x}_s, \cdots, \bar{x}_k)\right)\right\}$ yang bernilai positif terbesar.
10. Mensubstitusikan nilai solusi optimal ke masing-masing fungsi multiobjektif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Penelitian ini menggunakan data primer yang diperoleh dari UKM Keripik Anong untuk memproduksi keripik dalam seminggu. Keripik yang diproduksi UKM Keripik Anong ada 6 jenis yaitu keripik singkong, keripik pisang, keripik talas bulat, keripik talas stik, keripik ubi ungu dan keripik sukun. Dengan rincian pendapatan dan biaya produksinya dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Pendapatan

Jenis Keripik	Pendapatan (Rp/kemasan)
Singkong	35.000
Pisang	35.000
Talas Bulat	70.000
Talas Stik	60.000
Ubi Ungu	65.000
Sukun	60.000

Tabel 2. Biaya Produksi Keripik

Jenis Keripik	Biaya untuk 1 kemasan keripik (Rp/kemasan)					Total biaya produksi (Rp/kemasan)
	Bahan Mentah	Minyak Goreng	Bawang Putih	Garam Dapur	Kapur Sirih	
Singkong	10.000	8.000	932	187	99	19.218
Pisang	8.929	8.571	1.000	200	107	18.807
Talas Bulat	20.690	8.276	966	193	97	30.222
Talas Stik	19.355	7.742	904	180	103	28.284
Ubi Ungu	25.000	7.500	874	175	94	33.643
Sukun	20.000	9.600	1.120	224	120	31.064

Rincian bahan baku yang digunakan untuk memproduksi setiap jenis keripik dalam setiap kemasannya dan persediaan yang terdapat di UKM Keripik Anong dapat dilihat dalam Tabel 3 berikut

Tabel 3. Bahan Baku untuk Memproduksi Keripik

Bahan Baku	Jenis Keripik (Kg/kemasan)					
	Singkong	Pisang	Talas Bulat	Talas Stik	Ubi Ungu	Sukun
Bahan Mentah	3,333	3,571	3,448	3,226	3,125	4,000
Minyak Goreng	0,533	0,571	0,552	0,516	0,500	0,640
Bawang Putih	0,033	0,036	0,034	0,032	0,031	0,040
Garam	0,017	0,018	0,017	0,016	0,016	0,020
Kapur Sirih	0,010	0,011	0,010	0,010	0,009	0,012

Dalam seminggu UKM Keripik Anong memiliki persediaan untuk bahan mentah sebanyak 600Kg, minyak goreng sebanyak 96Kg, bawang putih sebanyak 6Kg, garam sebanyak 3Kg dan kapur sirih sebanyak 2Kg, serta dalam seminggu UKM Keripik Anong juga memiliki permintaan tetap untuk masing-masing jenis keripiknya sama yaitu 25 kemasan.

Formulasi Masalah Ke Model Pemrograman Linear Bilangan Bulat

Pemrograman linear bilangan bulat terdiri atas variabel keputusan, fungsi tujuan dan fungsi kendala. Variabel keputusan pada penelitian ini yaitu banyaknya masing-masing jenis keripik yang diproduksi (kemasan). Selanjutnya untuk fungsi tujuan yang hendak dicapai yaitu memaksimumkan pendapatan dan meminimumkan biaya produksi. Terakhir untuk fungsi kendala yaitu bahan baku yang digunakan untuk memproduksi masing-masing jenis keripik.

Berdasarkan Tabel 1, Tabel 2 dan Tabel 3 dapat dibentuk model pemrograman linear bilangan bulat sebagai berikut.

x_1 :Banyak keripik singkong yang diproduksi (Kemasan)
x_2 :Banyak keripik pisang yang diproduksi (Kemasan)
x_3 :Banyak keripik talas bulat yang diproduksi (Kemasan)
x_4 :Banyak keripik talas stik yang diproduksi (Kemasan)
x_5 :Banyak keripik ubi ungu yang diproduksi (Kemasan)

x_6 :Banyak keripik sukun yang diproduksi (Kemasan)
dengan fungsi multiobjektif sebagai berikut:

$$Maks\ Z_1 = 35000x_1 + 35000x_2 + 70000x_3 + 60000x_4 + 65000x_5 + 60000x_6 \quad (8)$$

$$Min\ Z_2 = 19218x_1 + 18807x_2 + 30222x_3 + 28284x_4 + 33643x_5 + 31064x_6 \quad (9)$$

Dengan fungsi kendala:

$$\begin{aligned} &3{,}333x_1 + 3{,}571x_2 + 3{,}448x_3 + 3{,}226x_4 + 3{,}125x_5 + 4{,}000x_6 \le 600 \\ &0{,}533x_1 + 0{,}571x_2 + 0{,}552x_3 + 0{,}516x_4 + 0{,}500x_5 + 0{,}640x_6 \le 96 \\ &0{,}033x_1 + 0{,}036x_2 + 0{,}034x_3 + 0{,}032x_4 + 0{,}031x_5 + 0{,}040x_6 \le 6 \\ &0{,}017x_1 + 0{,}018x_2 + 0{,}017x_3 + 0{,}016x_4 + 0{,}016x_5 + 0{,}020x_6 \le 3 \\ &0{,}010x_1 + 0{,}011x_2 + 0{,}010x_3 + 0{,}010x_4 + 0{,}009x_5 + 0{,}012x_6 \le 2 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (10)$$

Berdasarkan Persamaan (8) dan Persamaan (9) diperoleh fungsi multiobjektif, sehingga perlu diubah menjadi fungsi objektif tunggal dengan menambahkan nilai bobot ke dalam masing-masing fungsi objektif. Untuk mengubah fungsi multiobjektif menjadi fungsi objektif tunggal, masing-masing fungsi objektifnya harus memiliki tujuan yang sama, sehingga fungsi objektif kedua (Z_2) pada Persamaan (9) diubah ke dalam bentuk memaksimumkan sehingga diperoleh Persamaan (11).

$$Maks\ -Z_2 = -19218x_1 - 18807x_2 - 30222x_3 - 28284x_4 - 33643x_5 - 31064x_6 \quad (11)$$

Penentuan nilai bobot didasarkan informasi dari pihak UKM yang lebih mementingkan pendapatan daripada biaya produksi, tetapi dengan tidak mengabaikan biaya produksi, sehingga dapat ditentukan nilai bobot untuk Z_1 dan Z_2 masing-masing 60% dan 40%. Berdasarkan Persamaan (1) substitusikan bobot $w_1 = 0{,}6$ dan bobot $w_2 = 0{,}4$ ke Persamaan (8) dan Persamaan (11), selanjutnya kedua persamaan yang telah ditambahkan bobot dijumlahkan. Sehingga diperoleh fungsi objektif tunggal pada Persamaaan (12) dan Pertidaksamaan (13) berikut:

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6 \quad (12)$$

dengan fungsi kendala:

$$\begin{aligned} &3{,}333x_1 + 3{,}571x_2 + 3{,}448x_3 + 3{,}226x_4 + 3{,}125x_5 + 4{,}000x_6 \le 600 \\ &0{,}533x_1 + 0{,}571x_2 + 0{,}552x_3 + 0{,}516x_4 + 0{,}500x_5 + 0{,}640x_6 \le 96 \\ &0{,}033x_1 + 0{,}036x_2 + 0{,}034x_3 + 0{,}032x_4 + 0{,}031x_5 + 0{,}040x_6 \le 6 \\ &0{,}017x_1 + 0{,}018x_2 + 0{,}017x_3 + 0{,}016x_4 + 0{,}016x_5 + 0{,}020x_6 \le 3 \\ &0{,}010x_1 + 0{,}011x_2 + 0{,}010x_3 + 0{,}010x_4 + 0{,}009x_5 + 0{,}012x_6 \le 2 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (13)$$

Penyelesaian Menggunakan Metode Reduksi Variabel

Langkah 1: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat pada Persamaan (12) dan Pertidaksamaan (13) sebagai (P). Kemudian menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar dari x_j yang dinotasikan dengan x_j° menggunakan Persamaan (3):

a. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_1 adalah:

$$x_1^{\circ} = min\left\{\left\lfloor\frac{600}{3{,}333}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96}{0{,}533}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6}{0{,}033}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3}{0{,}017}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2}{0{,}010}\right\rfloor\right\}$$

$$x_1^{\circ} = min\{180,180,181,176,200\} = 176$$

b. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_2 adalah:

$$x_2^{\circ} = min\left\{\left\lfloor\frac{600}{3{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96}{0{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6}{0{,}036}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3}{0{,}018}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2}{0{,}011}\right\rfloor\right\}$$

$$x_2^{\circ} = min\{168, 168, 166, 166, 181\} = 166$$

Perhitungan yang sama untuk x_3°, x_4°, x_5° dan x_6° sehingga diperoleh $x_3^{\circ} = 173$, $x_4^{\circ} = 185$, $x_5^{\circ} = 187$ dan $x_6^{\circ} = 150$, jadi dipilih salah satu variabel keputusan yang direduksi yaitu $x_6^{\circ} = 150$. $\bar{x}_r = x_6 \in \{25,26, \dots ,150\}$. 150 adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_r$ yaitu x_6°.

Langkah 2: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25,26, \cdots 150\}$ yang melibatkan 6 – 1 pada variabel x_j dimana $j \neq r$, berdasarkan Pertidaksamaan (4) diperoleh:

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6$$

dengan fungsi kendala:

$$3{,}333x_1 + 3{,}571x_2 + 3{,}448x_3 + 3{,}226x_4 + 3{,}125x_5 \leq 600 - 4{,}000x_6$$
$$0{,}533x_1 + 0{,}571x_2 + 0{,}552x_3 + 0{,}516x_4 + 0{,}500x_5 \leq 96 - 0{,}640x_6$$
$$0{,}033x_1 + 0{,}036x_2 + 0{,}034x_3 + 0{,}032x_4 + 0{,}031x_5 \leq 6 - 0{,}040x_6$$
$$0{,}017x_1 + 0{,}018x_2 + 0{,}017x_3 + 0{,}016x_4 + 0{,}016x_5 \leq 3 - 0{,}020x_6$$
$$0{,}010x_1 + 0{,}011x_2 + 0{,}010x_3 + 0{,}010x_4 + 0{,}009x_5 \leq 2 - 0{,}012x_6$$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 25$ dan $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}$

Langkah 3: Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j yang dinotasikan dengan x_j°, $j \neq r$, permasalahan $\left(P(\bar{x}_r)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25, 26, 27, \cdots, 150\}$. Substitusikan ke Persamaan (5).

a. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_1 adalah:

$$x_1^{\circ} = min\left\{\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6}{3{,}333}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6}{0{,}533}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6}{0{,}033}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6}{0{,}017}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6}{0{,}010}\right\rfloor\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika$x_6 = 25$ maka $x_1^{\circ} = min\{150,150,151,147,170\} = 147$

$$\vdots$$

Jika $x_6 = 128$ maka $x_1^{\circ} = min\{26,26,26,25,46\} = 25$

Untuk $x_6 \in \{129, 130,131, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\overset{\circ}{x_1} < 25$.

b. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_2 adalah:

$$\overset{\circ}{x_2} = min\left\{\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6}{3{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6}{0{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6}{0{,}036}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6}{0{,}018}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6}{0{,}011}\right\rfloor\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_2} = min\{140,140,138,138,154\} = 138$

$\vdots$

Jika $x_6 = 127$ maka $\overset{\circ}{x_2} = min\{25,25,25,25,43\} = 25$

Untuk $x_6 \in \{128, 129,130, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\overset{\circ}{x_2} < 25$.

Perhitungan yang sama untuk $\overset{\circ}{x_3}$, $\overset{\circ}{x_4}$, dan $\overset{\circ}{x_5}$ sehingga diperoleh $\overset{\circ}{x_3} = \overset{\circ}{x_4} = 26$ dan $\overset{\circ}{x_5} = 25$, jadi dipilih salah satu variabel keputusan yang akan direduksi yaitu $\overset{\circ}{x_1} = 25$. $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$. 25 adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_s$.

Langkah 4: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25,26, \cdots 150\}$ dan $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$ yang melibatkan 6 – 2 pada variabel x_j dimana $j \neq r, s$. Pertidaksamaan (6) diperoleh:

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6$$

Dengan fungsi kendala:

$$3{,}571x_2 + 3{,}448x_3 + 3{,}226x_4 + 3{,}125x_5 \leq 600 - 4{,}000x_6 - 3{,}333x_1$$
$$0{,}571x_2 + 0{,}552x_3 + 0{,}516x_4 + 0{,}500x_5 \leq 96 - 0{,}640x_6 - 0{,}533x_1$$
$$0{,}036x_2 + 0{,}034x_3 + 0{,}032x_4 + 0{,}031x_5 \leq 6 - 0{,}040x_6 - 0{,}033x_1$$
$$0{,}018x_2 + 0{,}017x_3 + 0{,}016x_4 + 0{,}016x_5 \leq 3 - 0{,}020x_6 - 0{,}017x_1$$
$$0{,}011x_2 + 0{,}010x_3 + 0{,}010x_4 + 0{,}009x_5 \leq 2 - 0{,}012x_6 - 0{,}010x_1$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}$$

Iterasi 1, Langkah 5: Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j yang dinotasikan dengan $\overset{\circ}{x_j}$, $j \neq r, s$ dalam permasalahan $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25, 26, \cdots, 150\}$ dan $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$. Kemudian substitusikan ke Persamaan (5).

a. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_2 adalah:

$$\overset{\circ}{x_2} = min\left\{\begin{array}{c}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1}{3{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1}{0{,}571}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1}{0{,}036}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1}{0{,}018}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1}{0{,}011}\right\rfloor\end{array}\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25,\ x_1 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_2} = min\{116,116,115,115,131\} = 115$

$\vdots$

Jika $x_6 = 106,\ x_1 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_2} = min\{25,25,25,25,43\} = 25$

Untuk $x_6 \in \{107, 108,109, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\overset{\circ}{x_2} < 25$.

b. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_3 adalah:

$$x_3^{\circ} = min\left\{\begin{matrix}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1}{3{,}448}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1}{0{,}552}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1}{0{,}034}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1}{0{,}017}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1}{0{,}010}\right\rfloor\end{matrix}\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25,\ x_1 = 25$ maka $x_3^{\circ} = min\{120,120,122,122,145\} = 120$

$\vdots$

Jika $x_6 = 107,\ x_1 = 25$ maka $x_3^{\circ} = min\{26,26,27,26,46\} = 26$

Untuk $x_6 \in \{108, 109,110, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $x_3^{\circ} < 25$.

Perhitungan yang sama untuk x_4° dan x_5° sehingga diperoleh $x_4^{\circ} = x_5^{\circ} = 26$, jadi dipilih salah satu variabel keputusan yang akan direduksi yaitu $x_2^{\circ} = 25$. $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$. 25 adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_t$ yaitu x_2°.

Iterasi 2, Langkah 5: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \bar{x}_t)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25,26, \cdots 150\}$, $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$ dan $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$ yang melibatkan 6 – 3 pada variabel x_j dimana $j \neq r, s, t$.

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6$$

dengan fungsi kendala:

$$3{,}448x_3 + 3{,}226x_4 + 3{,}125x_5 \leq 600 - 4{,}000x_6 - 3{,}333x_1 - 3{,}571x_2$$
$$0{,}552x_3 + 0{,}516x_4 + 0{,}500x_5 \leq 96 - 0{,}640x_6 - 0{,}533x_1 - 0{,}571x_2$$
$$0{,}034x_3 + 0{,}032x_4 + 0{,}031x_5 \leq 6 - 0{,}040x_6 - 0{,}033x_1 - 0{,}036x_2$$
$$0{,}017x_3 + 0{,}016x_4 + 0{,}016x_5 \leq 3 - 0{,}020x_6 - 0{,}017x_1 - 0{,}018x_2$$
$$0{,}010x_3 + 0{,}010x_4 + 0{,}009x_5 \leq 2 - 0{,}012x_6 - 0{,}010x_1 - 0{,}011x_2$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}$$

Iterasi 3, Langkah 5: Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j yang dinotasikan dengan x_j°, $j \neq r, s, t$ dalam permasalahan $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \bar{x}_t)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25, 26, \cdots, 150\}$, $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$ dan $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$. Kemudian substitusikan ke Persamaan (5).

a. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_3 adalah:

$$x_3^{\circ} = min\left\{\begin{matrix}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1-3{,}571x_2}{3{,}448}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1-0{,}571x_2}{0{,}552}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1-0{,}036x_2}{0{,}034}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1-0{,}018x_2}{0{,}017}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1-0{,}011x_2}{0{,}010}\right\rfloor\end{matrix}\right\}$$

Seingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25,\ x_1 = x_2 = 25$ maka $x_3^{\circ} = min\{94,94,96,95,117\} = 94$

$\vdots$

Jika $x_6 = 84,\ x_1 = x_2 = 25$ maka $x_3^{\circ} = min\{27,27,27,26,46\} = 26$

Untuk $x_6 \in \{85, 86,87, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $x_3^{\circ} < 25$.

b. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_4 adalah:

$$\mathring{x}_4 = min\left\{\begin{array}{c}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1-3{,}571x_2}{3{,}226}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1-0{,}571x_2}{0{,}516}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1-0{,}036x_2}{0{,}032}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1-0{,}018x_2}{0{,}016}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1-0{,}011x_2}{0{,}010}\right\rfloor\end{array}\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25,\ x_1 = x_2 = 25$ maka $\mathring{x}_4 = min\{101{,}101{,}102{,}101{,}117\} = 101$

$\vdots$

Jika $x_6 = 86,\ x_1 = x_2 = 25$ maka $\mathring{x}_4 = min\{25{,}25{,}26{,}25{,}44\} = 25$

Untuk $x_6 \in \{87, 88{,}89, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\mathring{x}_4 < 25$.

Perhitungan yang sama untuk $\mathring{x}_5$ sehingga diperoleh $\mathring{x}_5 = 26,$ jadi dipilih salah satu variabel keputusan yang akan direduksi yaitu $\mathring{x}_4 = 25$. $\bar{x}_u = x_4 \in \{25\}$. 25 adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_u$ yaitu $\mathring{x}_4$.

Iterasi 4, Langkah 5: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \bar{x}_t, \bar{x}_u)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25{,}26{,}27, \cdots 150\}$, $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$, $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$ dan $\bar{x}_u = x_4 \in \{25\}$ yang melibatkan 6 – 4 pada variabel x_j dimana $j \neq r, s, t, u$. Berdasarkan Pertidaksamaan (6) diperoleh:

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6$$

dengan fungsi kendala:

$$3{,}448x_3 + 3{,}125x_5 \leq 600 - 4{,}000x_6 - 3{,}333x_1 - 3{,}571x_2 - 3{,}226x_4$$
$$0{,}552x_3 + 0{,}500x_5 \leq 96 - 0{,}640x_6 - 0{,}533x_1 - 0{,}571x_2 - 0{,}516x_4$$
$$0{,}034x_3 + 0{,}031x_5 \leq 6 - 0{,}040x_6 - 0{,}033x_1 - 0{,}036x_2 - 0{,}032x_4$$
$$0{,}017x_3 + 0{,}016x_5 \leq 3 - 0{,}020x_6 - 0{,}017x_1 - 0{,}018x_2 - 0{,}016x_4$$
$$0{,}010x_3 + 0{,}009x_5 \leq 2 - 0{,}012x_6 - 0{,}010x_1 - 0{,}011x_2 - 0{,}010x_4$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}$$

Iterasi 5, Langkah 5: Menentukan nilai minimum dari nilai-nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_j yang dinotasikan dengan $\mathring{x}_j$, $j \neq r, s, t, u$ dalam permasalahan $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \bar{x}_t, \bar{x}_u)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25, 26, \cdots, 150\}$, $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$, $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$ dan $\bar{x}_u = x_4 \in \{25\}$. Kemudian substitusikan ke Persamaan (5).

a. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_3 adalah:

$$\mathring{x}_3 = min\left\{\begin{array}{c}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1-3{,}571x_2-3{,}226x_4}{3{,}448}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1-0{,}571x_2-0{,}516x_4}{0{,}552}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1-0{,}036x_2-0{,}032x_4}{0{,}034}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1-0{,}018x_2-0{,}016x_4}{0{,}017}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1-0{,}011x_2-0{,}010x_4}{0{,}010}\right\rfloor\end{array}\right\}$$

Sehingga diperoleh:

Jika $x_6 = 25,\ x_1 = x_2 = x_4 = 25$ maka $\mathring{x}_3 = min\{71{,}71{,}72{,}72{,}92\} = 71$

$\vdots$

Jika $x_6 = 64,\ x_1 = x_2 = x_4 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_3} = min\{26,26,26,26,45\} = 26$
Untuk $x_6 \in \{65, 66,67, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\overset{\circ}{x_3} < 25$.

b. Nilai bilangan bulat terbesar yang mungkin dari x_5 adalah:

$$\overset{\circ}{x_5} = min\left\{\begin{gathered}\left\lfloor\frac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1-3{,}571x_2-3{,}226x_4}{3{,}125}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1-0{,}571x_2-0{,}516x_4}{0{,}500}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1-0{,}036x_2-0{,}032x_4}{0{,}031}\right\rfloor, \left\lfloor\frac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1-0{,}018x_2-0{,}016x_4}{0{,}016}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\frac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1-0{,}011x_2-0{,}010x_4}{0{,}009}\right\rfloor\end{gathered}\right\}$$

Sehingga diperoleh:
Jika $x_6 = 25,\ x_1 = x_2 = x_4 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_5} = min\{78,79,79,76,102\} = 76$

$$\vdots$$

Jika $x_6 = 66,\ x_1 = x_2 = x_4 = 25$ maka $\overset{\circ}{x_5} = min\{26,26,26,25,48\} = 25$
Untuk $x_6 \in \{67,68,69, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $\overset{\circ}{x_5} < 25$.

Diperoleh $\overset{\circ}{x_3} = 26$ dan $\overset{\circ}{x_5} = 25$, sehingga dipilih salah satu variabel keputusan yang akan direduksi yaitu $\overset{\circ}{x_5} = 25$. $\bar{x}_v = x_5 \in \{25\}$. 25 adalah nilai bilangan bulat terbesar dari $\bar{x}_v$ yaitu $\overset{\circ}{x_5}$

Iterasi 6, Langkah 5: Asumsikan masalah pemrograman linear bilangan bulat sebagai $\left(P(\bar{x}_r, \bar{x}_s, \bar{x}_t, \bar{x}_u, \bar{x}_v)\right)$ untuk setiap $\bar{x}_r = x_6 \in \{25,26,27, \cdots 150\}$, $\bar{x}_s = x_1 \in \{25\}$, $\bar{x}_t = x_2 \in \{25\}$, $\bar{x}_u = x_4 \in \{25\}$ dan $\bar{x}_v = x_5 \in \{25\}$ yang melibatkan 6 – 5 pada variabel x_j dimana $j \neq r, s, t, u, v$.

$$Maks\ WZ = 13313x_1 + 13477x_2 + 29911x_3 + 24686x_4 + 25543x_5 + 23574x_6$$

dengan fungsi kendala:

$$3{,}448x_3 \leq 600 - 4{,}000x_6 - 3{,}333x_1 - 3{,}571x_2 - 3{,}226x_4 - 3{,}125x_5$$
$$0{,}552x_3 \leq 96 - 0{,}640x_6 - 0{,}533x_1 - 0{,}571x_2 - 0{,}516x_4 - 0{,}500x_5$$
$$0{,}034x_3 \leq 6 - 0{,}040x_6 - 0{,}033x_1 - 0{,}036x_2 - 0{,}032x_4 - 0{,}031x_5$$
$$0{,}017x_3 \leq 3 - 0{,}020x_6 - 0{,}017x_1 - 0{,}018x_2 - 0{,}016x_4 - 0{,}016x_5$$
$$0{,}010x_3 \leq 2 - 0{,}012x_6 - 0{,}010x_1 - 0{,}011x_2 - 0{,}010x_4 - 0{,}009x_5$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 25 \text{ dan } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}$$

Langkah 6: Menyelesaikan sebuah himpunan dari permasalahan pemrograman linear bilangan bulat pada Langkah 5. Substitusikan $x_6 \in \{25,26, \cdots 150\}$, $x_1 \in \{25\}$, $x_2 \in \{25\}$, $x_4 \in \{25\}$ dan $x_5 \in \{25\}$ ke Persamaan (7).

$$x_3^\circ = min\left\{\begin{array}{c}\left\lfloor\dfrac{600-4{,}000x_6-3{,}333x_1-3{,}571x_2-3{,}226x_4-3{,}125x_5}{3{,}448}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\dfrac{96-0{,}640x_6-0{,}533x_1-0{,}571x_2-0{,}516x_4-0{,}500x_5}{0{,}552}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\dfrac{6-0{,}040x_6-0{,}033x_1-0{,}036x_2-0{,}032x_4-0{,}031x_5}{0{,}034}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\dfrac{3-0{,}020x_6-0{,}017x_1-0{,}018x_2-0{,}016x_4-0{,}016x_5}{0{,}017}\right\rfloor, \\ \left\lfloor\dfrac{2-0{,}012x_6-0{,}010x_1-0{,}011x_2-0{,}010x_4-0{,}009x_5}{0{,}010}\right\rfloor\end{array}\right\}$$

Sehingga diperoleh:
Jika $x_6 = 25,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{48,48,50,48,70\} = 48$
Jika $x_6 = 26,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{47,47,48,47,68\} = 47$
Jika $x_6 = 27,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{46,46,47,46,67\} = 46$
$\vdots$
Jika $x_6 = 43,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{28,28,28,27,48\} = 27$
Jika $x_6 = 44,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{26,26,27,26,47\} = 26$
Jika $x_6 = 45,\ x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 25$ maka $x_3^\circ = min\{25,25,26,25,46\} = 25$
Untuk $x_6 \in \{46, 47, 48, \cdots, 150\}$ diabaikan karena nilai $x_5^\circ < 25$.

Langkah 7: Menentukan solusi optimal, berdasarkan hasil perhitungan yang diperoleh pada Iterasi 6 maka solusi optimalnya dapat ditentukan pada Tabel 4.

Tabel 4. Calon Solusi Optimal

13.313	**13.477**	**29.911**	**24.686**	**25.543**	**23.574**	
Singkong (x_1)	**Pisang (x_2)**	**Talas Bulat (x_3)**	**Talas Stik (x_4)**	**Ubi Ungu (x_5)**	**Sukun (x_6)**	WZ **(Rp)**
25	25	48	25	25	25	3.950.553
25	25	47	25	25	26	3.944.216
25	25	46	25	25	27	3.937.879
25	25	45	25	25	28	3.931.542
			$\vdots$			
25	25	27	25	25	43	3.746.754
25	25	26	25	25	44	3.740.417
25	25	25	25	25	45	3.734.080

Berdasarkan Tabel 4 diperoleh solusi optimalnya yaitu $x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = x_6 = 25$, dan $x_3 = 48$, selanjutnya substitusikan nilai ke Persamaan (8) dan Persamaan (9).

1. Mensubstitusikan nilai $x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = x_6 = 25$, dan $x_3 = 48$ ke Persamaan (8) untuk memperoleh pendapatan yang maksimum:

$$Maks\ Z_1 = 35000x_1 + 35000x_2 + 70000x_3 + 60000x_4 + 65000x_5 + 60000x_6$$
$$Maks\ Z_1 = 9735000$$

2. Mensubstitusikan nilai $x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = x_6 = 25$, dan $x_3 = 48$ ke Persamaan (9) untuk memperoleh biaya produksi yang minimum:
$$Min\ Z_2 = 19218x_1 + 18807x_2 + 30222x_3 + 28284x_4 + 33643x_5 + 31064x_6$$
$$Min\ Z_2 = 4726056$$

Berdasarkan hasil substitusi nilai solusi optimal $x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = x_6 = 25$, dan $x_3 = 48$ ke Persamaan (8) dan Persamaan (9), pihak UKM akan memproleh pendapatan maksimum sebesar Rp 9.735.000 dan biaya produksi minimum yang harus dikeluarkan sebesar Rp 4.726.056 setiap minggunya, dengan memproduksi keripik singkong, keripik pisang, keripik talas stik, keripik ubi ungu dan keripik sukun masing-masing 25 kemasan serta keripik talas bulat 48 kemasan.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada subbab sebelumnya diperoleh kesimpulan yaitu, metode pembobotan dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear bilangan bulat multiobjektif dengan menambahkan bobot ke masing-masing fungsi objektifnya, serta dengan menggunakan metode reduksi variabel dapat menghasilkan solusi optimal dengan semua variabel keputusan berupa bilangan bulat dengan perhitungan yang lebih sederhana. Sehingga diperoleh solusi optimal yaitu UKM Keripik Anong akan memperoleh pendapatan maksimum setiap minggu sebesar Rp 9.735.000 dan biaya produksi yang harus dikeluarkan setiap minggu yaitu sebesar Rp 4.726.056 dengan memproduksi keripik singkong, keripik pisang, keripik talas stik, keripik ubi ungu dan keripik sukun masing-masing 25 kemasan serta keripik talas bulat 48 kemasan.

REFERENSI

Basriati, S. (2018). Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane Dan Branch And Bound Untuk Optimasi Prodksi Tahu. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 95-104.

Habinudin, E. (2007). Optimasi Pemrograman Linear Multiobjektif Pada Masalah Produksi. *Sigma-Mu, 1*, 18-27.

Hayati, E. N. (2010). Aplikasi Algoritma Branch and Bound Untuk Menyelesaikan Integer Programming. *Dinamika Teknik*, 13-23.

Herlawati, I., Kurnia, A., & Afendi, F. M. (2013). Penentuan Nilai Pembobotan Dan Penduga Ragam Untuk Penarikan Contoh Bertahap. *Xplore*, 1-8.

Maswarni, Hermawan, H., & Kartono. (2019). *Riset Operasi*. (L. Sularmi, & F. Septiani, Eds.) Pamulang, Banten, Tangerang: Unpam Press.

Meflinda, A., & Mahyarni. (2011). *Operations Research (Riset Operasi)*. Pekanbaru, Riau, Indonesia: UNRI Press.

Mulyono, S. (2004). *Riset Operasi* (Revisi ed.). Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Novtaria, P., & Bahri, S. (2014). Penyelesaian Masalah Pemrograman Linear Bilangan Bulat Murni Dengan Metode Reduksi Variabel. *Jurnal Matematika UNAND, 3*, 17-25.

Pandian, P., & Jayalakshmi, M. (2012). A New Approach For Solving A Class Of Pure Integer Linear Programming Problems. *International Journal Of Advanced Engineering Technology, III*, 248-251.

Safitri, E., Basriati, S., & Ramadhania, C. (2020). Penyelesaian Integer Linear Programming Menggunakan Metode Reduksi Variabel (Studi Kasus: Zee Studio Photography). *Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 6*, 1-11.

Siang, J. J. (2014). *Riset Operasi Dalam Pendekatan Algoritmis* (2 ed.). (S. Suyantoro, Ed.) Yogyakarta: CV. ANDI OFFSET.

Taha, H. A. (1996). *Riset Operasi* (5 ed., Vol. 1). Jakarta: Binapura Aksara.

Zenis, F. M., Fajar, M. Y., & Ramdani, Y. (2015). Program Linear Multi-Objective Dengan Fixed-Weight Method. *Jurnal Matematika, 14*, 1-7.