HOMOMORFISMA PADA SEMIGRUP-Γ

Ismania Tanjung Sari, Na'imah Hijriati, Thresye

PS Matematika
Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat

ABSTRACT

Abstract algebra is a part of mathematics that studies the principles or rules which will then be used to demonstrate the truth of a statement (theorem). One part of abstract algebra is semigroup and one of it's generalization is Γ-semigroup. An nonempty sets S is called Γ-semigroup if $\forall\, \gamma, \mu \in \Gamma$ *and* $\forall\, a, b, c \in S$ *by* $a\gamma b \in S$ *and* $(a\gamma b)\mu c = a\gamma(b\mu c)$*. On Γ-semigroup, there is theorem of homomorphism and called Γ-homomorphism. A mapping* $\phi : S \rightarrow T$ *, with S and T is a Γ-semigroup called Γ-homomorphism if* $\forall\, x, y \in S$ *dan* $\gamma \in \Gamma$*, it's exist* $\phi(x\gamma y) = \phi(x)\gamma\phi(y)$*.*

Keywords*: Semigroup, Γ-semigroup, Γ-homomorphism*

ABSTRAK

Aljabar abstrak merupakan bagian dari ilmu matematika yang mempelajari asas-asas atau aturan-aturan yang kemudian akan digunakan untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan (teorema). Salah satu bagian dari aljabar abstrak adalah semigrup dan salah satu generalisasi dari semigrup yaitu semigrup-Γ. Suatu himpunan tak kosong S disebut semigrup-Γ jika $\forall\, a, b, c \in S$ *dan*
$\forall\, \gamma, \mu \in \Gamma$*, berlaku* $a\gamma b \in S$ *dan* $(a\gamma b)\mu c = a\gamma(b\mu c)$*. Sama halnya seperti semigrup, di dalam semigrup-Γ juga terdapat teori homomorfisma atau homomorfisma-Γ. Suatu pemetaan* $\phi : S \rightarrow T$ *dengan S dan T merupakan semigrup-Γ disebut homomorfisma-Γ jika* $\forall\, x, y \in S$ *dan* $\gamma \in \Gamma$*, berlaku* $\phi(x\gamma y) = \phi(x)\gamma\phi(y)$*.*

Kata kunci: Semigrup, semigrup-Γ, homomorfisma-Γ.

1. PENDAHULUAN

Suatu himpunan yang tidak kosong dapat dikatakan suatu semigrup jika himpunan tersebut dilengkapi dengan operasi biner, bersifat asosiatif. Salah satu hasil dari kajian para matematikawan adalah semigrup-Γ dengan Γ merupakan himpunan operasi biner yang asosiatif. Suatu himpunan tak kosong *S* disebut semigrup-Γ jika $\forall\, \gamma, \mu \in \Gamma$ dan $\forall\, a, b, c \in S$, berlaku $a\gamma b \in S$ *dan* $(a\gamma b)\mu c = a\gamma(b\mu c)$ (Chattopadhyay, 2008).

Homomorfisma pada semigrup-Γ disebut homomorfisma-Γ, yaitu suatu pemetaan $\phi : S \rightarrow T$ dengan *S* dan *T* merupakan semigrup-Γ yang memenuhi, jika

$\forall x, y \in S$ *dan* $\gamma \in \Gamma$, berlaku $\phi(x\gamma y) = \phi(x)\gamma\phi(y)$. Dengan mempelajari sifa-sifat dari homomorfisma pada semigrup, maka penelitian ini menjelaskan sifat-sifat homomorfisma- Γ.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Semigrup-Γ

Penjelasan mengenai definisi semigrup-Γ adalah sebagai berikut.

Definisi 2.1.1 (Chattopadhyay, 2010)

Diberikan himpunan S dengan $S = \{a, b, c, ...\}$ *dan himpunan* $\Gamma = \{\alpha, \beta, \gamma, \mu, ...\}$. *Himpunan S disebut semigrup-Γ, jika:*

1. $\forall \gamma \in \Gamma$ *dan* $\forall a, b \in S$, *berlaku* $a\gamma b \in S$;
2. $\forall \gamma, \mu \in \Gamma$ *dan* $\forall a, b, c \in S$, *berlaku* $(a\gamma b)\mu c = a\gamma(b\mu c)$.

2.2 Homomorfisma Semigrup-Γ

Homomorfisma pada semigrup-Γ disebut homomorfisma-Γ. Definisi homomorfisma-Γ tersebut adalah sebagai berikut. .

Definisi 2.2.1 (Chinram, 2008)

Diberikan semigrup-Γ S dan T, pemetaan $\phi : S \to T$ *disebut homomorfisma-Γ jika:*

$$\forall x, y \in S \text{ dan } \gamma \in \Gamma, \text{ berlaku } \phi(x\gamma y) = \phi(x)\gamma\phi(y). \quad (1)$$

Selanjutnya, suatu homomorfisma-Γ ϕ disebut isomorfisma-Γ jika ϕ merupakan homomorfisma-Γ yang injektif dan surjektif (bijektif). Dua semigrup-Γ *S* dan *T* merupakan isomorfik-Γ jika terdapat suatu fungsi isomorfisma-Γ dari *S* ke *T*, ditulis $S \cong_\Gamma T$.

2.3 Relasi Kongruensi dan Kuosien pada Semigrup-Γ

Relasi kongruensi pada semigrup-Γ merupakan pengembangan dari relasi kongruensi pada semigrup. Definisi relasi kongruensi pada semigrup-Γ adalah sebagai berikut.

Definisi 2.3.1 (Chinram, 2008)

Suatu relasi ekuivalensi ρ pada semigrup-Γ S disebut relasi kongruensi kanan jika memenuhi:

$$\forall a, b, t \in S \text{ dan } \forall \gamma \in \Gamma \text{ berlaku } (a, b) \in \rho \text{ maka } (a\gamma t, b\gamma t) \in \rho \quad (2)$$

dan disebut relasi kongruensi kiri jika memenuhi:

$$\forall a, b, t \in S \text{ dan } \forall \gamma \in \Gamma \text{ berlaku } (a, b) \in \rho \text{ maka } (t\gamma a, t\gamma b) \in \rho \quad (3)$$

Selanjutnya, relasi ekuivalensi ρ pada semigrup-Γ S disebut relasi kongruensi jika ρ relasi kongruensi kanan dan relasi kongruensi kiri.

Definisi berikutnya merupakan definisi dan sifat kuosien pada semigrup-Γ. Definisi dan sifat tersebut adalah sebagai berikut.

Definisi 2.3.2 (Chinram, 2008)

Diberikan S suatu semigrup-Γ dan ρ suatu relasi kongruensi pada S, maka pada kousien S/ρ *berlaku*

$$a\rho, b\rho \in S/\rho \text{ dan } \forall \gamma \in \Gamma \text{ berlaku } (a\rho)\gamma(b\rho) = (a\gamma b)\rho \quad (4)$$

Teorema 5.2.3 (Chinram, 2008)
Jika S adalah semigrup-Γ dan ρ adalah relasi kongruensi pada S, maka kuosien S/ρ *adalah semigrup-Γ.*

2.4 Kernel Semigrup-Γ

Berikut merupakan definisi dan sifat dari kernel dari suatu pemetaan yang homomorfisma-Γ.

Definisi 2.4.1 (Chinram, 2008)
Diberikan S dan T merupakan semigrup-Γ. Pemetaan $\phi : S \to T$ *homomorfisma-Γ, maka kernel dari* ϕ *yang dinotasikan sebagai berikut:*

$$ker\ \phi = \phi^{-1} \circ \phi = \{ (x, y) \in S \times S \,/\, \phi(x) = \phi(y) \}. \qquad (5)$$

Teorema 2.4.2 (Chinram, 2008)
Jika $\phi : S \to T$ *merupakan homomorfisma-Γ, maka* $ker\ \phi$ *merupakan relasi kongruensi pada S.*

3. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian kali ini bersifat studi literatur dari berbagai sumber baik buku maupun jurnal yang berkaitan dengan topik penelitian, kemudian memahami dan mempelajari konsep bahan atau materi tersebut, dengan prosedur penelitian sebagai berikut :

1. Mengumpulkan bahan dan mempelajari materi yang berhubungan dengan sifat-sifat dan teorema homomorfisma pada semigrup dan semigrup-Γ termasuk teorema isomorfisma pada semigrup dan semigrup-Γ.
2. Membuktikan sifat-sifat homomorfisma semigrup-Γ.
3. Menyusun kesimpulan dari hasil penelitian.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Teorema Homomorfisma pada Semigrup-Γ

Teorema 4.1.1

Jika $\phi : S \to T$ *adalah homomorfisma-Γ dengan S dan T adalah semigrup-Γ dan terdapat suatu pemetaan natural* $(ker\,\phi)^{\#} : S \to S/\ker\phi$ *dengan definisi*

$$\forall\, a \in S, \text{ berlaku } (ker\,\phi)^{\#}(a) = a\ ker\,\phi, \qquad (1)$$

maka terdapat monomorfisma-Γ $\varphi : S/\ker\phi \to T$ *dengan definisi*

$$\forall\, a \in S \text{ berlaku } \varphi(a\ ker\,\phi) = \phi(a) \qquad (2)$$

yang mengakibatkan $\varphi \circ (ker\,\phi)^{\#} = \phi$.

Teorema 4.1.1. dapat digambarkan oleh diagram berikut.

$$\begin{tikzcd} S \arrow[r, "\phi"] \arrow[d, "(ker\,\phi)^{\#}"'] & T \\ S/\ker\phi \arrow[ur, "\varphi"'] & \end{tikzcd}$$

Bukti :

Didefinisikan $\varphi : S/\ker\phi \to T$ dengan definisi $\forall a \in S$ berlaku $\varphi(a\ ker\phi) = \phi(a)$.
Akan dibuktikan bahwa φ adalah monomorfisma-Γ yang mengakibatkan

$\varphi \circ (ker\phi)^{\#} = \phi$.

(i) Akan dibuktikan φ adalah monomorfisma-Γ.

a. Akan dibuktikan φ terdefinisi dengan baik *(well-defined).*
Ambil sebarang $a\ ker\phi,\ b\ ker\phi \in S/\ker\phi$.

$$a\ ker\phi = b\ ker\phi \Leftrightarrow (a, b) \in ker\phi \Leftrightarrow \phi(a) = \phi(b)$$

Karena $\varphi(a\ \ ker\phi) = \varphi(b\ \ ker\phi)$, maka terbukti bahwa φ terdefinisi dengan baik *(well-defined)*, yaitu φ suatu pemetaan.

b. Ambil sebarang $a\ ker\phi,\ b\ ker\phi \in S/\ker\phi$ dan $\gamma \in \Gamma$.

$\varphi((a\ ker\phi)\gamma(b\ ker\phi)) = \varphi((a\gamma b)\ ker\phi)) = \phi(a\gamma b) = \phi(a)\gamma\phi(b)$

$= \varphi(a\ ker\phi)\gamma\varphi(b\ ker\phi)$

Karena $\varphi((a\ ker\phi)\gamma(b\ ker\phi)) = \varphi(a\ ker\phi)\gamma\varphi(b\ ker\ \phi)$, maka terbukti bahwa φ adalah homomorfisma-Γ.

c. Berdasarkan pembuktian a, terbukti bahwa φ injektif.

Jadi, dari a, b, dan c terbukti bahwa pemetaan φ adalah monomorfisma-Γ.

(ii) Akan dibuktikan bahwa $\varphi \circ (ker\phi)^{\#} = \phi$ berlaku.
Ambil sebarang $a \in S$, maka diperoleh:

$$(\varphi \circ ker\phi)^{\#}(a) = \varphi((ker\phi)^{\#}(a)) = \varphi(a\ ker\phi) = \phi(a)$$

Karena $\forall a \in S$ berlaku $(\varphi \circ ker\phi)^{\#}(a) = \phi(a)$, maka terbukti bahwa

$(\varphi \circ ker\phi)^{\#} = \phi$ berlaku.

Jadi, dari (i), (ii), dan (iii) terbukti bahwa pemetaan $\varphi : S/\ker\phi \to T$ adalah monomorfisma-Γ yang mengakibatkan $\varphi \circ (ker\phi)^{\#} = \phi$ berlaku. ■

Berikutnya merupakan teorema yang merupakan generalisasi dari Teorema 4.1.1 dengan syarat $\rho \subseteq ker\phi$.

Teorema 4.1.2.

Diberikan S dan T merupakan semigrup-Γ dan $\phi : S \rightarrow T$ *merupakan homomorfisma-Γ. Jika ρ suatu relasi kongruensi pada S sedemikian hingga* $\rho \subseteq \ker \phi$ *dan terdapat suatu pemetaan natural* $\rho^{\#}: S \rightarrow S/\rho$ *dengan definisi*

$$\forall\, a \in S, \text{ berlaku } \rho^{\#}(a) = a\rho, \tag{3}$$

maka terdapat homomorfisma-Γ yang tunggal $\varphi : S/\rho \rightarrow T$ *dengan definisi*

$$\forall\; a \in S \text{ berlaku } \varphi(a\rho) = \phi(a) \tag{4}$$

yang mengakibatkan $\varphi \circ \rho^{\#} = \phi$.

Teorema 4.1.2. dapat digambarkan oleh diagram berikut.

$$\begin{tikzcd} S \arrow[r, "\phi"] \arrow[d, "\rho^{\#}"'] & T \\ S/\rho \arrow[ur, "\varphi"'] & \end{tikzcd}$$

Bukti :

Didefinisikan $\varphi : S/\rho \rightarrow T$ dengan definisi $\forall\, a \in S$ berlaku $\varphi(a\rho) = \phi(a)$. Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa $\varphi : S/\rho \rightarrow T$ adalah homomorfisma-Γ yang tunggal dan $\varphi \circ \rho^{\#} = \phi$.

(i) Akan dibuktikan pemetaan $\varphi : S/\rho \rightarrow T$ adalah homomorfisma-Γ.

a. Akan dibuktikan pemetaan φ terdefinisi dengan baik *(well-defined).*

Ambil sebarang $a\rho,\, b\rho \in S/\rho$, sehingga

$$a\rho = b\rho \Leftrightarrow (a, b) \in \rho \Rightarrow (a, b) \in \ker \phi \Rightarrow \phi(a) = \phi(b)$$

Karena $\phi(a) = \phi(b)$, maka terbukti bahwa φ terdefinisi dengan baik *(well-defined)* atau dengan kata lain φ suatu pemetaan.

b. Akan dibuktikan φ homomorfisma-Γ.

Ambil sebarang $a\rho,\, b\rho \in S/\rho$ dan $\gamma \in \Gamma$.

$$\varphi((a\rho)\gamma(b\rho)) = \varphi\;((a\gamma b)\rho)) = \phi(a\gamma b) = \phi(a)\gamma\phi(b) = \varphi(a\rho)\gamma\varphi\, b\rho)$$

Karena $\varphi((a\rho)\gamma(b\rho)) = \varphi(a\rho)\gamma\varphi b\rho)$, maka terbukti bahwa pemetaan φ adalah homomorfisma-Γ.

Jadi, dari a dan b terbukti bahwa pemetaan φ adalah homomorfisma-Γ.

(ii) Akan dibuktikan bahwa $(\varphi \circ \rho^{\#}) = \phi$.
Ambil sebarang $a \in S$, maka diperoleh:

$$(\varphi \circ \rho^{\#})(a) = \varphi(\rho^{\#}(a)) = \varphi(a\rho) = \phi(a)$$

Karena $(\varphi \circ \rho^{\#})(a) = \phi(a)$, maka terbukti bahwa $(\varphi \circ \rho^{\#}) = \phi$ berlaku.

(iii) Akan dibuktikan pemetaan $\varphi: S/\rho \rightarrow T$ adalah homomorfisma-Γ yang tunggal.
Misalkan pada diagram 2 terdapat dua pemetaan yang homomorfisma-Γ yaitu $\varphi: S/\rho \rightarrow T$ dan $\psi: S/\rho \rightarrow T$, sehingga $(\varphi \circ \rho^{\#}) = \phi$ dan $(\psi \circ \rho^{\#}) = \phi$.

Ambil sebarang $a\rho \in S/\rho$ dengan $a \in S$, sehingga

$$\varphi(a\rho) = \varphi(\rho^{\#}(a)) = (\varphi \circ \rho^{\#})(a) = \phi(a) = (\psi \circ \rho^{\#})(a) = \psi(\rho^{\#}(a)) = \psi(a\rho)$$

Karena $\varphi(a\rho) = \psi(a\rho)$, sehingga diperoleh bahwa $\varphi = \psi$.

Jadi, terbukti bahwa φ tunggal.

Jadi, dari (i), (ii) dan (iii) terbukti bahwa pemetaan $\varphi: S/\rho \rightarrow T$ adalah homomorfisma-Γ yang tunggal, dan mengakibatkan berlaku $(\varphi \circ \rho^{\#}) = \phi$. ■

4.2. Teorema Isomorfisma Pertama pada Semigrup-Γ

Teorema selanjutnya merupakan akibat dari Teorema 4.1.1, yang disebut teorema isomorfisma pertama semigrup-Γ. Teorema tersebut adalah sebagai berikut.

Teorema 4.2.1.

Jika $\phi: S \rightarrow T$ adalah homomorfisma-Γ dengan S dan T adalah semigrup-Γ, maka $S/\ker\phi \cong_{\Gamma} ran(\phi)$ atau $S/\ker\phi$ dan $ran(\phi)$ isomorfik-Γ.

4.3. Teorema Isomorfisma Ketiga pada Semigrup-Γ

Teorema selanjutnya juga merupakan teorema isomorfisma pada semigrup-Γ. Teorema tersebut adalah sebagai berikut.

Teorema 4.3.1.

Diberikan dua relasi kongruensi pada semigrup-Γ S yaitu ρ dan σ dengan ρ $\subseteq$ σ, dan suatu relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ *pada kuosien* ${}^{S}\!/_{\rho}$ *didefinisikan sebagai berikut:*

$$ {}^{\sigma}\!/_{\rho} = \{(a\rho, b\rho) \in {}^{S}\!/_{\rho} \times {}^{S}\!/_{\rho} \, ; (a, b) \in \sigma\}, \tag{5}$$

maka relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ *merupakan relasi kongruensi pada* ${}^{S}\!/_{\rho}$ *dan terdapat suatu isomorfisma-Γ*

$\varphi : {}^{{}^{S}\!/_{\rho}}\!/_{{}^{\sigma}\!/_{\rho}} \to {}^{S}\!/_{\sigma}$ *dengan definisi*

$$\forall\, a \in S, \text{ berlaku } \varphi\, [(a\rho)({}^{\sigma}\!/_{\rho})] = a\sigma \tag{6}$$

Bukti :

Diketahui bahwa $\varphi : {}^{{}^{S}\!/_{\rho}}\!/_{{}^{\sigma}\!/_{\rho}} \to {}^{S}\!/_{\sigma}$ dan didefinisikan oleh $\forall\, a \in S$, berlaku $\varphi\, [(a\rho)({}^{\sigma}\!/_{\rho})] = a\sigma$. Akan dibuktikan bahwa relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ adalah relasi kongruensi pada ${}^{S}\!/_{\rho}$ dan φ merupakan suatu isomorfisma-Γ.

(i) Akan dibuktikan bahwa relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ adalah relasi kongruensi pada ${}^{S}\!/_{\rho}$.

a. Akan dibuktikan relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ adalah relasi ekuivalensi.

Ambil sebarang $a\rho, b\rho, c\rho \in {}^{S}\!/_{\rho}$. Karena σ adalah relasi kongruensi pada S, maka $(a, a) \in \sigma$ dan diperoleh $(a\rho, a\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$. Selanjutnya, jika $(a\rho, b\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$ maka $(a, b) \in \sigma$. Karena σ bersifat simetris maka $(b, a) \in \sigma$ akibatnya $(b\rho, a\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$. Selanjutnya, jika $(a\rho, b\rho)$, $(b\rho, c\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$ maka $(a, b) \in \sigma$ dan $(b, c) \in \sigma$. Karena σ bersifat transitif sehingga $(a, c) \in \sigma$, akibatnya $(a\rho, c\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$. Jadi, ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ merupakan relasi ekuivalensi

b. Akan dibuktikan relasi ${}^{\sigma}\!/_{\rho}$ merupakan relasi kongruensi kiri dan relasi kongruensi kanan.

Ambil sebarang $a\rho, b\rho, c\rho \in {}^{S}\!/_{\rho}$. Jika $(a\rho, b\rho) \in {}^{\sigma}\!/_{\rho}$ maka $(a, b) \in \sigma$. Karena σ adalah relasi kongruensi pada S, maka $(a\gamma c, b\gamma c) \in \sigma$ dan $(c\gamma a,$

$c\gamma b) \in \sigma$, diperoleh $((a\gamma c)\rho,\ (b\gamma c)\rho) \in \sigma/\rho$ dan $((c\gamma a)\rho,\ (c\gamma b)\rho) \in \sigma/\rho$.
Akibatnya, $((a\rho)\gamma(c\rho),\ (b\rho)\gamma(c\rho)) \in \sigma/\rho$ dan $((c\rho)\gamma(a\rho),\ (c\rho)\gamma(b\rho)) \in \sigma/\rho$.

Jadi, dari a, b, dan c terbukti bahwa relasi σ/ρ adalah relasi kongruensi pada kuosien semigrup-Γ S/ρ.

(ii) Akan dibuktikan bahwa φ merupakan suatu isomorfisma-Γ.

a. Akan dibuktikan pemetaan φ terdefinisi dengan baik *(well-defined)*.

Ambil sebarang $(a\rho)\sigma/\rho,\ (b\rho)\sigma/\rho \in \dfrac{S/\rho}{\sigma/\rho}$, sehingga

$$(a\rho)\sigma/\rho = (b\rho)\sigma/\rho \Leftrightarrow (a\rho, b\rho) \in \sigma/\rho \Leftrightarrow (a, b) \in \sigma \Leftrightarrow a\sigma = b\sigma$$

Karena $a\sigma = b\sigma)$, maka terbukti bahwa φ terdefinisi dengan baik *(well-defined)* atau dengan kata lain φ suatu pemetaan.

b. Akan dibuktikan pemetaan φ homomorfisma-Γ.

Ambil sebarang $(a\rho)\sigma/\rho,\ (b\rho)\sigma/\rho \in \dfrac{S/\rho}{\sigma/\rho}$ dan $\gamma \in \Gamma$.

$$\varphi\ [((a\rho)\ \sigma/\rho)\gamma((b\rho)\ \sigma/\rho)] = \varphi\ [(a\rho\gamma b\rho)\sigma/\rho] = \varphi\ [(a\gamma b)\rho)\ \sigma/\rho] = (a\gamma b)\sigma = (a\sigma)\gamma(b\sigma) = \varphi((a\rho)\ \sigma/\rho)\gamma\varphi((b\rho)\ \sigma/\rho)$$

Jadi, pemetaan φ adalah homomorfisma-Γ.

c. Akan ditunjukkan bahwa pemetaan φ bijektif.

Berdasarkan pembuktian (a), terbukti bahwa φ injektif. Selanjutnya, diambil sebarang $b \in S/\sigma$ dengan $a\sigma = b$ dan $a \in S$ maka terdapat

$a\rho \in S/\rho$ sedemikian hingga terdapat $((a\rho)\sigma/\rho) \in \dfrac{S/\rho}{\sigma/\rho}$ akibatnya diperoleh $\varphi((a\rho)\sigma/\rho) = a\sigma = b$. Jadi, pemetaan φ surjektif.

Dari * dan **, terbukti bahwa pemetaan φ bijektif.

Jadi, dari a, b, dan c terbukti bahwa pemetaan φ isomorfisma-Γ atau $\left(S/\rho\right)/\left(\sigma/\rho\right)$ dan S/σ isomorfik-Γ ($\left(S/\rho\right)/\left(\sigma/\rho\right) \cong_\Gamma S/\sigma$). ■

5. KESIMPULAN

Dari penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa homomorfisma pada semigrup-Γ mempunyai sifat-sifat, yaitu:

1. Jika $\phi : S \to T$ adalah homomorfisma-Γ dan terdapat suatu pemetaan natural $(\ker\phi)^{\#} : S \to S/\ker\phi$, maka terdapat monomorfisma-Γ $\varphi : S/\ker\phi \to T$ yang mengakibatkan $\varphi \circ (\ker\phi)^{\#} = \phi$.
2. Diberikan $\phi : S \to T$ adalah homomorfisma-Γ. Jika ρ suatu relasi kongruensi pada S sedemikian hingga $\rho \subseteq \ker\phi$ dan terdapat suatu pemetaan natural $\rho^{\#} : S \to S/\rho$, maka terdapat homomorfisma-Γ yang tunggal $\varphi : S/\rho \to T$ $\varphi(a\rho) = \phi(a)$ yang mengakibatkan $\varphi \circ \rho^{\#} = \phi$.
3. Jika $\phi : S \to T$ adalah homomorfisma-Γ, maka $S/\ker\phi \cong_\Gamma ran(\phi)$ atau $S/\ker\phi$ dan $ran(\phi)$ isomorfik-Γ.
4. Jika ρ dan σ relasi kongruensi pada semigrup-Γ S, dengan $\rho \subseteq \sigma$ maka relasi $\sigma/\rho = \{(a\rho, b\rho) \in S/\rho \times S/\rho ;\ (a, b) \in \sigma\}$ merupakan relasi kongruensi pada S/ρ dan terdapat suatu isomorfisma-Γ $\varphi : \left(S/\rho\right)/\left(\sigma/\rho\right) \to S/\sigma$.

6. DAFTAR PUSTAKA

Chinram, R. & Tinpun K. Isomorphism Theorems for Γ-Semigroups and Ordered Γ-Semigroups. *Thai Journal of Mathematics 7(2008), 231*-234. Prince of Songkla University.

Chinram, R & Sripakorn, R. Minimal Quasi-Ideals in Γ-Semigroups. *International Mathematical Forum 4(2009), 7-11*. Prince of Songkla University.

Clifford, A. H. & Preston, G. B. 1961. *The Algebratic Theory Of Semigroups*. American Mathematical Society.

J. M., Howie. 1976. *An Introduction To Semigroup Theory.* Academic Press.

Sadiku, S. Necessary and Sufficient Conditions Where One Γ-Semigroups is a Γ-Group. *Journal of Modern Mathematics and Statistics 4(2010), 44-49*. University of Phristina.