KRITERIA KEKONVERGENAN CAUCHY PADA RUANG METRIK KABUR *INTUITIONISTIC*

Muhammad Ahsar Karim[1]
Faisal[2]
Yuni Yulida[3]

[1,2,3] PS Matematika FMIPA Universitas Lambung Mangkurat
Jl. Jend. A. Yani km 35, 8 Banjarbaru

Abstract

In this paper, we construct the Cauchy-convergence criterion in intuitionistic fuzzy metric space. We start our aim by given the definition of concepts convergence sequence, Cauchy sequence, and complete on intuitionistic fuzzy metric space.

Keywords: *intuitionistic fuzzy metric space, I-convergence, I-Cauchy sequence, I-complete, and Cauchy-convergence criterion*

1. PENDAHULUAN

Konsep himpunan kabur (*fuzzy set*) telah diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965. Konsep tersebut menjadi inspirasi munculnya konsep ruang metrik kabur (*fuzzy metric space*) di bidang analisis yang merupakan perluasan dari konsep ruang metrik (*metric space*). Selanjutnya, konsep ini diperluas lagi menjadi ruang metrik kabur *intuitionistic* (*intuitionistic fuzzy metric space*).

Beberapa konsep di dalam ruang metrik telah diperluas pada ruang metrik kabur, antara lain adalah barisan konvergen, barisan Cauchy, dan himpunan lengkap. Konsep tersebut kemudian diperluas pada ruang metrik kabur *intuitionistic*. Berdasarkan konsep-konsep tersebut, akan dikaji perluasan kriteria konvergen-Cauchy pada ruang metrik kabur *intuitionistic*. Tulisan ini dimulai dengan memberikan definisi barisan konvergen dan barisan Cauchy pada ruang metrik kabur *intuitionistic*. Selanjutnya, dikonstruksi teorema kriteria konvergen-Cauchy pada ruang metrik kabur *intuitionistic*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Ruang Metrik Kabur

Sebelum dibahas pengertian ruang metrik kabur, terlebih dahulu diberikan pengertian himpunan kabur dan pengertian norma-*t*.

Definisi 2.1 *Diberikan himpunan* X, $A \subset X$, *dan fungsi* $\mu_A : X \to [0,1]$. *Himpunan pasangan terurut* $\{(x; \mu_A(x)) : x \in X\}$ *disebut* ***himpunan kabur*** $\tilde{A}$ *di dalam semesta X. Sedangkan fungsi* μ_A *disebut* ***fungsi keanggotaan*** *dari himpunan A. Fungsi* μ_A *biasa juga disebut* ***himpunan kabur*** *di dalam X.*

Sebagai contoh, diberikan himpunan semesta R dan himpunan kabur $\tilde{A} = \{x \in R : x \text{ dekat dengan nol}\}$. Didefinisikan fungsi $\mu : R \to [0,1]$ dengan: $\mu(x) = e^{-x^2}$. Fungsi μ merupakan salah satu fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$. Jadi, himpunan kabur $\tilde{A}$ dapat dinyatakan dengan:

$$\tilde{A} = \left\{ (x; \mu_A(x)) : x \in R \text{ dan } \mu_A(x) = e^{-x^2} \right\}.$$

Di dalam semesta $\{0,1\}$, himpunan kabur $\tilde{A}$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \left\{ (x; \mu_A(x)) : x \in \{0,1\} \text{ dan } \mu_A(x) = e^{-x^2} \right\} = \left\{ \left(0; e^{-0^2}\right), \left(1; e^{-1^2}\right) \right\} = \{(0;1), (1;0,7)\}.$$

Di dalam konsep himpunan kabur, *operasi uner* dan *operasi biner* dapat dirampatkan sehingga menjadi kejadian khusus dari perampatannya. Diantaranya yang akan digunakan di dalam tulisan ini adalah norma-*t* (*triangular norm*) dan konorma-*t* (*triangular conorm*). Berikut ini diberikan definisi-definisinya.

Definisi 2.2 *Diberikan fungsi-fungsi* $*, \bullet : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$.

(i) Fungsi $*$ *disebut* ***norma-t*** *jika memenuhi sifat:*

a. Asosiatif dan komutatif,

b. unsur identitas 1: $a * 1 = a$ *untuk setiap* $a \in [0,1]$,

c. monoton: $a * b \le c * d$ *dengan* $a \le c$ *dan* $b \le d$ *,*

untuk setiap $a, b, c, d \in [0,1]$.

Selanjutnya, fungsi $*$ *disebut* ***norma-t kontinu****, jika* $*$ *kontinu.*

(ii) Fungsi $\bullet$ *disebut* ***konorma-t*** *jika memenuhi sifat:*

a. asosiatif dan komutatif,

b. unsur identitas 1: $a \bullet 0 = a$ *untuk setiap* $a \in [0,1]$,

c. monoton: $a \bullet b \le c \bullet d$ *dengan* $a \le c$ *dan* $b \le d$ *,*

untuk setiap $a, b, c, d \in [0,1]$.

Selanjutnya, fungsi $\bullet$ *disebut* ***konorma-t kontinu****, jika* $\bullet$ *kontinu.*

Sebagai contoh, fungsi $* : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ dengan: $a * b = \text{maks}\{0, a + b - 1\}$ atau $a * b = \min\{a, b\}$, untuk setiap $a, b \in [0,1]$, merupakan norma-*t* kontinu. Selanjutnya, Norma-*t* kontinu $*$ dengan $a * b = \min\{a, b\}$ disebut **norma-*t* kontinu standar**, dilambangkan dengan $*_s$. Contoh lain dari norma-*t* kontinu adalah *darab aljabar*, yaitu: $*_{da} : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ dengan $a *_{da} b = ab$, untuk setiap $a, b \in [0,1]$. Sedangkan fungsi $\bullet : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ yang didefinisikan: $a \bullet b = \min\{1, a + b\}$ atau $a \bullet b = 1 - ((1-a) * (1-b))$ untuk setiap $a, b \in [0,1]$, merupakan konorma-*t* kontinu. Yang kedua disebut **konorma-*t* kontinu standar**.

Selanjutnya, diberikan pengertian ruang metrik kabur. Berikut ini diberikan definisi metrik kabur dan definisi ruang metrik kabur.

Definisi 2.3 *Diberikan* X *himpunan tak kosong dan* $*$ *norma-t kontinu.*

(i) Himpunan kabur $M : X^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$ *dengan sifat, untuk setiap* $x, y, z \in X$ dan $t, s > 0$ *berlaku:*

(F1) $M(x, y, t) > 0$,

(F2) $M(x, y, t) = 1$ *jika dan hanya jika* $x = y$,

(F3) $M(x, y, t) = M(y, x, t)$,

(F4) $M(x, y, t) * M(y, z, s) \le M(x, z, t + s)$,

(F5) $M(x, y, \cdot) : (0,\infty) \to [0,1]$ *kontinu,*

disebut ***metrik kabur*** *pada* X.

(ii) Himpunan X *yang dilengkapi dengan metrik kabur M dan t-norm kontinu* $*$, *dituliskan dengan tupel-3* $(X, M, *)$, *disebut* ***ruang metrik kabur***. *Selanjutnya, jika metrik kaburnya telah diketahui (tertentu), maka ruang metrik kabur* $(X, M, *)$ *biasa ditulis dengan X saja.*

Sebagai contoh, diberikan ruang metrik (X, d) dan didefinisikan fungsi $M : X^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$ dengan:

$$M(x, y, t) = \frac{t}{t + d(x, y)},$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $t > 0$. Dapat ditunjukkan bahwa $(X, M, *_{da})$ dan $(X, M, *_s)$ masing-masing merupakan ruang metrik kabur. Dari sini dapat dikatakan bahwa setiap ruang metrik dapat dibentuk menjadi ruang metrik kabur. Selanjutnya, ruang metrik kabur $(X, M, *_s)$ dan ruang metrik kabur $(X, M, *_{da})$ pada contoh di atas berturut-turut disebut **ruang metrik kabur standar-*s*** dan **ruang metrik kabur standar-*da***. $(R, M, *_s)$ dan $(R, M, *_{da})$ berturut-turut disebut **ruang metrik kabur biasa-*s*** dan **ruang metrik kabur biasa-*da***.

Selanjutnya, diberikan pengertian barisan konvergen dan pengertian barisan Cauchy di dalam ruang metrik kabur sebagai berikut.

Definisi 2.4 *Diberikan ruang metrik kabur* $(X, M, *)$ *dan barisan* $\{x_n\} \subset X$.

(i) Barisan $\{x_n\}$ *dikatakan* ***konvergen ke*** $x \in X$ ***di dalam ruang metrik kabur*** $(X, M, *)$, *disingkat,* ***konvergen-M****, jika untuk setiap* $t > 0$ *berlaku*

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t) = 1.$$

(ii) Barisan $\{x_n\}$ *disebut* ***barisan Cauchy di dalam ruang metrik kabur*** $(X, M, *)$, *disingkat,* ***barisan Cauchy-M****, jika untuk setiap* $t > 0$ *dan* $p \in N$ *berlaku*

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1,$$

Dalam hal $\{x_n\}$ konvergen-*M*, barisan $\{x_n\}$ dikatakan mempunyai limit x untuk $n \to \infty$ dan dituliskan dengan: $\lim_{n\to\infty} x_n = x$. Selanjutnya, x disebut limit barisan $\{x_n\}$. Barisan yang tak konvergen-*M* dikatakan **divergen-*M***.

Lemma 2.5 *Diberikan ruang metrik (X, d) sebarang dan ruang metrik kabur standar $(X, M, *)$. Untuk setiap barisan $\{x_n\} \subset X$ berlaku:*

(i) $\{x_n\}$ *konvergen* $\Leftrightarrow$ $\{x_n\}$ *konvergen-M.*

(ii) $\{x_n\}$ *barisan Cauchy* $\Leftrightarrow$ $\{x_n\}$ *barisan Cauchy-M.*

Teorema kriteria konvergen-Cauchy pada ruang metrik kabur diberikan sebagai berikut ini.

Teorema 2.6 *Diberikan $(X, M, *)$ ruang metrik kabur dan barisan $\{x_n\} \subset X$. Jika barisan $\{x_n\}$ konvergen-M, maka $\{x_n\}$ merupakan barisan Cauchy-M.*

Bukti:

Diketahui barisan $\{x_n\}$ konvergen-*M*. Artinya, untuk setiap $t > 0$ berlaku:

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t/2) = 1.$$

Hal ini berakibat, untuk setiap $p \in N$ dan $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x, t/2) = 1.$$

Selanjutnya diperoleh

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) \geq \lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x, t/2) * \lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t/2) = 1*1 = 1.$$

Karena $M(x_{n+p}, x_n, t) \leq 1$ (yang berakibat $\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) \leq 1$), maka diperoleh

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1.$$

Jadi, $\{x_n\}$ merupakan barisan Cauchy-*M*. ■

Konvers dari Teorema 2.6 belum tentu benar. Sebagai contoh, diberikan himpunan $X = (0,1]$ dan didefinisikan fungsi *d* dengan: $d(x, y) = |x - y|$, untuk setiap $x, y \in (0,1]$. Dapat ditunjukkan bahwa $((0,1], d)$ merupakan ruang metrik. Dengan demikian, dapat dibentuk ruang metrik kabur standar-*s* $((0,1], M, *_s)$. Selanjutnya, diambil barisan $\{x_n\} \subset (0,1]$, dengan $x_n = 1/n$; $n = 1, 2, 3, \ldots$. Jelas bahwa barisan $\{x_n\}$ tidak konvergen di dalam $((0,1], d)$. Oleh karena itu, menurut Lemma 2.5 (i), barisan $\{x_n\}$ tidak konvergen-*M*. Di lain pihak, barisan $\{x_n\}$ merupakan barisan Cauchy. Menurut Lemma 2.5 (ii), barisan $\{x_n\}$ merupakan barisan Cauchy-*M*. Jadi, barisan Cauchy-*M* belum tentu konvergen-*M*.

Misalkan $(X, M, *)$ adalah ruang metrik kabur sebarang. Jika setiap barisan Cauchy-*M* didalamnya merupakan barisan konvergen-*M*, maka ruang

metrik kabur $(X, M, *)$ dikatakan ***lengkap-M***. Salah satu contoh ruang metrik kabur lengkap-*M* adalah ruang metrik kabur biasa $(R, M, *)$.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan cara studi literatur.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Ruang Metrik Kabur *Intuitionistic*

Definisi metrik kabur *intuitionistic* dan ruang metrik kabur *intuitionistic* diberikan berikut ini.

Definisi 4.1 *Diberikan X himpunan tak kosong, $*$ dan $\bullet$ berturut-turut norma-t kontinu dan konorma-t kontinu, serta M dan N masing-masing himpunan kabur pada $X^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$ yang memenuhi:*

(I-1) $M(x,y,t) + N(x,y,t) \le 1$, *untuk setiap* $x, y \in X$ *dan* $t > 0$.

(I-2) $M(x,y,0) = 0$ *untuk setiap* $x, y \in X$.

(I-3) $M(x,y,t) = 1$ *jika dan hanya jika* $x = y$, *untuk setiap* $x, y \in X$ *dan* $t > 0$;

(I-4) $M(x,y,t) = M(y,x,t)$, *untuk setiap* $x, y \in X$ *dan* $t > 0$;

(I-5) $M(x,y,t) * M(y,z,s) \le M(x,z,t+s)$, *untuk setiap* $x, y, z \in X$ *dan* $t, s > 0$;

(I-6) $M(x,y,\cdot):[0,\infty) \to [0,1]$ *kontinu, untuk setiap* $x, y \in X$;

(I-7) $\lim_{t\to\infty} M(x,y,t) = 1$, *untuk setiap* $x, y \in X$;

(I-8) $N(x,y,0) = 1$ *untuk setiap* $x, y \in X$;

(I-9) $N(x,y,t) = 0$ *jika dan hanya jika* $x = y$, *untuk setiap* $x, y \in X$ *dan* $t > 0$;

(I-10) $N(x,y,t) = N(y,x,t)$, *untuk setiap* $x, y \in X$ *dan* $t > 0$;

(I-11) $N(x,y,t) \bullet N(y,z,s) \ge N(x,z,t+s)$, *untuk setiap* $x, y, z \in X$ *dan* $t, s > 0$

(I-12) $N(x,y,\cdot):[0,\infty) \to [0,1]$ *kontinu, untuk setiap* $x, y \in X$;

(I-13) $\lim_{t\to\infty} N(x,y,t) = 0$, *untuk setiap* $x, y \in X$.

Pasangan terurut (M, N) disebut ***metrik kabur intuitionistic*** *pada X. Fungsi-fungsi $M(x,y,t)$ dan $N(x,y,t)$ berturut-turut disebut derajat kedekatan dan derajat ketidakdekatan antara x dan y yang bergantung pada t. Tupel-5 $(X, M, N, *, \bullet)$ disebut* ***ruang metrik kabur intuitionistic***.

Sebagai contoh, diberikan himpunan $X = \left\{ \frac{1}{n} : n \in N \right\} \cup \{0\}$, $*$ norma-*t* kontinu, dan $\bullet$ konorma-*t* kontinu yang secara berturut-turut didefinisikan: $a * b = ab$ dan $a \bullet b = \min\{1, a+b\}$, untuk setiap $a, b \in [0,1]$. Untuk setiap $x, y \in X$ dan $t \in (0, \infty)$ didefinisikan (M, N) sebagai berikut:

$$M(x,y,t) = \begin{cases} \dfrac{t}{t+|x-y|} & ;t>0 \\ 0 & ;t=0 \end{cases} \text{ dan } N(x,y,t) = \begin{cases} \dfrac{|x-y|}{t+|x-y|} & ;t>0 \\ 1 & ;t=0 \end{cases}.$$

Dapat ditunjukkan bahwa $(X, M, N, *, \bullet)$ merupakan ruang metrik kabur *intuitionistic*.

Lemma 4.2 *Jika* $(X, M, *)$ *ruang metrik kabur, dengan* $N = 1 - M$ *dan* $\bullet$ *konorma-t yang didefinisikan:* $x \bullet y = 1 - ((1-x) * (1-y))$, *untuk setiap* $x, y \in X$, *maka* $(X, M, N, *, \bullet)$ *merupakan ruang metrik kabur intuitionistic.*

Ruang metrik kabur *intuitionistic* pada Lemma 4.2 disebut **ruang metrik kabur *intuitionistic* standar.** Jika $X = R$, maka $(X, M, N, *, \bullet)$ disebut **ruang metrik kabur *intuitionistic* biasa.**

Definisi 4.3 *Diberikan ruang metrik kabur intuitionistic* $(X, M, N, *, \bullet)$ *dan barisan* $\{x_n\} \subset X$.

(i) Barisan $\{x_n\}$ *dikatakan konvergen ke* $x \in X$ *di dalam ruang metrik kabur intuitionistic* $(X, M, N, *, \bullet)$, *disingkat* ***konvergen-I****, jika untuk setiap* $t > 0$ *berlaku*

$$\lim_{n \to \infty} M(x_n, x, t) = 1 \text{ dan } \lim_{n \to \infty} N(x_n, x, t) = 0$$

(ii) Barisan $\{x_n\}$ *disebut barisan Cauchy di dalam ruang metrik kabur intuitionistic* $(X, M, N, *, \bullet)$, *disingkat barisan* ***Cauchy-I****, jika untuk setiap* $t > 0$ *dan* $p > 0$ *berlaku*

$$\lim_{n \to \infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1 \text{ dan } \lim_{n \to \infty} N(x_{n+p}, x_n, t) = 0$$

Dalam hal $\{x_n\}$ konvergen-*I*, barisan $\{x_n\}$ dikatakan mempunyai limit x untuk $n \to \infty$ dan dituliskan dengan: $\lim_{n \to \infty} x_n = x$. Selanjutnya, x disebut limit barisan $\{x_n\}$. Karena Fungsi-fungsi $*$ dan $\bullet$ pada Definisi 3.1 merupakan fungsi-fungsi yang kontinu, maka limitnya tunggal. Barisan yang tak konvergen-*I* dikatakan **divergen-*I***.

Lemma 4.4 *Diberikan ruang metrik kabur sebarang* $(X, M, *)$ *dan ruang metrik kabur intuitionistic standar* $(X, M, N, *, \bullet)$. *Untuk setiap barisan* $\{x_n\} \subset X$ *berlaku:*

(i) $\{x_n\}$ *konvergen-M* $\Leftrightarrow$ $\{x_n\}$ *konvergen-I.*

(ii) $\{x_n\}$ *barisan Cauchy-M* $\Leftrightarrow$ $\{x_n\}$ *barisan Cauchy-I.*

Teorema kriteria konvergen-Cauchy yang tergeneralisasi pada ruang metrik kabur *intuitionistic* diberikan berikut ini.

Teorema 4.5 *Diberikan ruang metrik kabur intuitionistic* $(X, M, N, *, \bullet)$ *dan barisan* $\{x_n\} \subset X$. *Jika barisan* $\{x_n\}$ *konvergen-I, maka* $\{x_n\}$ *merupakan barisan Cauchy-I.*

Bukti:

Diketahui barisan $\{x_n\}$ konvergen-*I*. Artinya, untuk setiap $t > 0$ berlaku:

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t) = 1 \text{ dan } \lim_{n\to\infty} N(x_n, x, t) = 0.$$

Hal ini berakibat, untuk setiap $p \in N$ dan $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x, t/2) = 1 \text{ dan } \lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t/2\right) = 0$$

Selanjutnya diperoleh

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) \geq \lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x, t/2) * \lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t/2) = 1 * 1 = 1$$

dan

$$\lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t\right) \leq \lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t/2\right) \bullet \lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t/2\right) = 0 \bullet 0 = 0.$$

Karena $M(x_{n+p}, x_n, t) \leq 1$, yang berakibat $\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) \leq 1$, maka diperoleh

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1.$$

Lebih lanjut, karena $N(x_{n+p}, x_n, t) \geq 0$, yang berakibat $\lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t\right) \geq 0$, maka diperoleh

$$\lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t\right) = 0.$$

Dengan demikian $\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p}, x_n, t) = 1$ dan $\lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p}, x, t\right) = 0$.

Jadi, $\{x_n\}$ merupakan barisan Cauchy-*I* ■

Konvers dari Teorema 4.5 belum tentu benar. Sebagai contoh, dari ruang metrik $((0,1], d)$ dengan $d(x, y) = |x - y|$, untuk setiap $x, y \in (0,1]$, dibentuk ruang metrik kabur standar-*s* $((0,1], M, *_s)$. Kemudian dibentuk pula ruang metrik kabur *intuitionistic* standar $((0,1], M, N, *_s, \bullet)$. Diambil barisan $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\} \subseteq (0,1]$; $n = 1, 2, 3, \ldots$. Telah diketahui sebelumnya bahwa barisan $\left\{\frac{1}{n}\right\}$

tidak konvergen-*M* sehingga menurut Lemma 3.4 (i), barisan $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ tidak konvergen-*I*. Di pihak lain, telah diketahui pula bahwa $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ merupakan barisan Cauchy-*M* sehingga menurut Lemma 4.4 (ii), barisan $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ merupakan barisan Cauchy-*I*. Jadi, barisan Cauchy-*I* belum tentu konvergen-*I*.

Misalkan $(X, M, N, *, \bullet)$ ruang metrik kabur *intuitionistic* sebarang. Jika setiap barisan Cauchy-*I* didalamnya merupakan barisan konvergen-*I*, maka ruang metrik kabur *intuitionistic* $(X, M, N, *, \bullet)$ dikatakan ***lengkap-I***. Salah satu contoh ruang metrik kabur *intuitionistic* lengkap-*I* adalah ruang metrik kabur *intuitionistic* biasa $(R, M, N, *, \bullet)$.

5. DAFTAR PUSTAKA

Alaca, C., Altun, I., & Turkoglu, D., On Compatible Mappings of Type (I) and (II) in Intuitionistic Fuzzy Metric Spaces, *Commun. Korean Math. Soc*., 23 (2008), No. 3, pp. 427–446

Bruckner, A. M, Bruckner, J. B, & Thomson, B. S., *Real Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey, 1997.

Efe, H., Round Fuzzy Metric Spaces, *International Mathematical Forum*, Vol. 2, No. 35, pp. 1717-1721, 2007.

George, A. dan Veeramani, P., On Some Result of Analysis for Fuzzy Metric Spaces, *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, 90 (1997), 365-368, 1997.

Karim, M. A. & Yulida, Y., Teorema Titik Tetap Banach pada Ruang Metrik Kabur, *Jurnal Al-Jabar* (*Jurnal Matematika Murni dan Terapan*), Lampung, Vol. 1. No. 1, hal 10-18, 2010.

Muralisankar, S. & Kalpana, G., Common Fixed Point Theorem in Intuitionistic Fuzzy Metric Space Using General Contractive Condition of Integral Type, *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, Vol. 4, 2009, no. 11, 505 - 518

Royden, H. L., *Real Analysis*, Macmillan Publishing Company, New York, 1989.

Zadeh, L. A., *Fuzzy Sets**, Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.