

## TEKNIK PERAMALAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL HOLT-WINTERS

Siti Nur Hamidah, Nur Salam, Dewi Sri Susanti  
*Program Studi Matematika Fakultas MIPA ULM  
Jl. A. Yani Km 36 Kampus Unlam Banjarbaru, Kalsel*

### Abstrak

Peramalan deret waktu merupakan suatu metode yang dipakai untuk dapat mengetahui kejadian ataupun peristiwa yang mungkin akan terjadi dimasa yang akan datang berdasarkan sumber informasi yang diperoleh dimasa lampau. Salah satu metode yang digunakan dalam peramalan data deret waktu adalah metode pemulusan eksponensial Holt-Winters. Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters ini dapat digunakan pada data deret waktu yang memuat unsur trend serta musiman sekaligus. Metode ini didasarkan pada tiga persamaan pemulusan, yaitu untuk pemulusan keseluruhan, komponen trend dan komponen musiman. Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters terdiri atas model musiman multiplikatif dan model musiman aditif. Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur yaitu dengan mengumpulkan dan mempelajari referensi-referensi pendukung yang berkaitan dengan teknik peramalan menggunakan metode pemulusan eksponensial Holt-Winters kemudian menerapkannya ke dalam suatu data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif dapat digunakan bilamana suatu data menunjukkan adanya kenaikan jangka panjang serta fluktuasi musiman yang semakin membesar seiring bertambahnya periode waktu pengamatan. Pola data seperti ini menunjukkan ketidakstasionerannya baik dalam rata-rata maupun ragamnya. Sedangkan untuk model musiman aditif dapat digunakan bilamana suatu data menunjukkan adanya kenaikan jangka panjang serta fluktuasi musiman yang relatif konstan seiring bertambahnya periode waktu pengamatan. Pola data seperti ini menunjukkan ketidakstasionerannya dalam rata-rata. Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif diterapkan pada data total pengeluaran produksi listrik di Jerman (sumber data: *A First Course on Time Series Analysis*) diperoleh nilai konstanta pemulusan terbaik yaitu  $\alpha = 0,712$ ,  $\beta = 0$  dan  $\gamma = 0$ . Sedangkan penerapan model musiman aditif pada data total produk makanan (sumber data: *Economic Time Series Page*) diperoleh nilai konstanta pemulusan  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0,291$  dan  $\gamma = 0$  sebagai nilai konstanta pemulusan terbaik.

**Kata Kunci:** *Peramalan, Deret Waktu, Pemulusan Eksponensial Holt-Winters, Musiman Multiplikatif, Musiman Aditif, Stasioner.*

### Abstract

Time series forecasting is a method used to determine what might happen in the future based on information obtained in the past. One method used in time series forecasting is a Holt-Winters exponential smoothing method. This method can be used for time series data with trend and seasonality components. This method is based on three smoothing equations: overall smoothing, trend, and seasonal components. Holt-Winters exponential smoothing method consists of multiplicative and additive seasonality models. The method of this research is literature study by collecting and studying references that are relevant to the idea of this research, and then applying the Holt-Winters exponential smoothing method into data. The results of this research show that the multiplicative seasonality model of Holt-Winters exponential smoothing method can be used if data represent an increase in long-term and seasonal fluctuations which is the increasingly bigger with the increasing of observation time periods. These patterns identify the non-stationary of mean and variance. While, the additive seasonality model can be used if data show an increase in long-term and seasonal fluctuations that are relatively constant with the increasing of observation time

periods. These patterns indicate the non-stationary of mean. Holt-Winters exponential smoothing method multiplicative seasonality model is applied to data about the total expenditure of electricity production in Germany (data source: *A First Course on Time Series Analysis*). The results show that the best smoothing constants of  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  are 0,712; 0 and 0, respectively. While, the additive seasonality model is applied to overall food products data (data source: *Economic Time Series Page*). The results show that the smoothing constants values of  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  are 0,8; 0,291; 0, respectively as the best smoothing constants.

**Keywords:** *Forecasting, Time Series, Exponential Smoothing Holt-Winters, Multiplicative Seasonality, Additive Seasonality, Stationary.*

## 1. PENDAHULUAN

Peramalan merupakan suatu metode yang dipakai untuk mengetahui kejadian ataupun peristiwa yang mungkin akan terjadi di masa yang akan datang berdasarkan sumber informasi yang diperoleh di masa lampau. Peramalan berdasarkan sifatnya dapat dibedakan menjadi dua yaitu peramalan kualitatif dan peramalan kuantitatif. Metode peramalan kuantitatif dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu metode peramalan deret waktu dan metode kausal, sedangkan peramalan kualitatif dibagi menjadi metode eksploratoris dan normatif. Salah satu model peramalan kuantitatif deret waktu adalah metode pemulusan yaitu dengan pembobotan sederhana terhadap data masa lalu dalam suatu deret waktu untuk memperoleh ramalan masa mendatang. Metode pemulusan ini sendiri terbagi menjadi metode perataan (*Average*) dan metode pemulusan eksponensial (*Exponential Smoothing*). Metode pemulusan eksponensial merupakan metode yang menunjukkan pembobotan *menurun secara eksponensial* terhadap nilai pengamatan yang lebih lama [4]. Jika suatu data memuat trend sekaligus musiman, maka metode yang dapat digunakan untuk peramalannya adalah dengan pemulusan eksponensial Holt-Winters [3].

Tujuan Penelitian ini adalah menjelaskan sifat-sifat dari pola data agar dapat diterapkan pada metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif dan aditif serta mengaplikasikan sistem kerja dari metode tersebut pada suatu data yang berbeda untuk setiap model tersebut.

## 2. METODE PENELITIAN

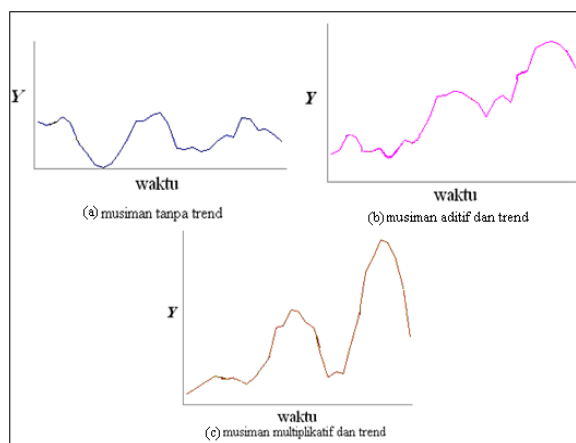
Penelitian ini dilakukan dengan cara studi literatur yaitu dengan mengumpulkan dan mempelajari referensi-referensi pendukung yang berkaitan dengan teknik peramalan menggunakan metode pemulusan eksponensial Holt-Winters kemudian menerapkannya ke dalam suatu data.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode Holt-Winters didasarkan atas tiga persamaan pemulusan, yaitu persamaan pemulusan keseluruhan, persamaan pemulusan komponen trend dan persamaan pemulusan komponen musiman. Terdapat dua model berbeda dalam metode Holt-Winters, hal ini didasarkan atas bagaimana model musimannya, yaitu model multiplikatif dan aditif.

### 3.1 Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winters Model Musiman Multiplikatif

Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif digunakan untuk data yang memuat unsur trend serta musiman, dimana unsur musimannya bersifat multiplikatif. Dengan kata lain, model ini digunakan apabila suatu data menunjukkan adanya perkembangan kenaikan serta fluktuasi musiman yang semakin membesar seiring bertambahnya periode waktu pengamatan (seperti terlihat pada gambar 1.c). Pola data tersebut menunjukkan ketidakstasionerannya baik dalam *mean*/rata-rata maupun dalam *varians*/ragam. Gambar 1 berikut merupakan beberapa contoh pola data yang memuat unsur musiman.



Gambar 1. Pola data yang mengandung unsur musiman

Persamaan pertama yaitu persamaan pemulusan untuk keseluruhan/level. Persamaan ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (3.1)$$

Kedua adalah persamaan untuk pemulusan trend.

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (3.2)$$

Persamaan ketiga adalah persamaan untuk pemulusan komponen musiman yang dituliskan:

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (3.3)$$

Bagian terakhir adalah menentukan fungsi peramalan untuk  $m$  periode ke depan, dimana:

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m)S_{t-s+m} \quad (3.4)$$

Untuk menginisialisasi komponen pada metode peramalan Holt-Winters model musiman multiplikatif diperlukan paling sedikit satu data musiman lengkap (yakni  $s$  periode). Sehingga kita dapat menginisialisasi level pada periode  $s$  menggunakan persamaan:

$$L_s = \frac{1}{s}(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_s) \quad (3.5)$$

Untuk nilai inisialisasi trend

$$b_s = \frac{1}{s} \left[ \frac{Y_{s+1} - Y_1}{s} + \frac{Y_{s+2} - Y_2}{s} + \dots + \frac{Y_{s+s} - Y_s}{s} \right] \quad (3.6)$$

Terakhir inisial untuk indeks musiman, yaitu:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{Y_1}{L_s}, \\ S_2 &= \frac{Y_2}{L_s}, \\ &\vdots \\ S_s &= \frac{Y_s}{L_s} \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.2 Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winters Model Musiman Aditif

Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif digunakan untuk data yang memuat unsur trend serta musiman, dimana unsur musimannya bersifat aditif. Dengan kata lain, model ini digunakan apabila suatu data menunjukkan adanya perkembangan kenaikan serta fluktuasi musiman yang relatif konstan seiring bertambahnya periode waktu pengamatan (seperti terlihat pada gambar 1.b). Pola data tersebut menunjukkan ketidakstasionerannya dalam *mean*/rata-rata, tetapi cenderung stasioner dalam *varians*/ragamnya.

Pertama persamaan untuk pemulusan keseluruhan. Persamaan ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (3.8)$$

Yang kedua adalah menentukan persamaan untuk pemulusan trend. Persamaan (3.9) untuk trend model musiman aditif ini sama dengan persamaan (3.2) untuk trend model musiman multiplikatif. Hal ini dikarenakan untuk metode pemulusan eksponensial Holt-Winters baik model musiman multiplikatif maupun aditif, diasumsikan bahwa trend tersebut hanya bersifat linier/aditif saja yaitu dengan persamaan:

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (3.9)$$

Kemudian selanjutnya adalah persamaan pemulusan untuk komponen musiman atau yang disebut juga sebagai indeks musiman.

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (3.10)$$

Bagian terakhir adalah persamaan (3.11) yang digunakan sebagai ramalan untuk  $m$  periode ke depan.

$$F_{t+m} = L_t + b_t m + S_{t-s+m} \quad (3.11)$$

Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif ini juga memerlukan nilai inisial dari setiap komponennya. Persamaan inisial untuk level dan trend model musiman aditif sama dengan persamaan inisial level dan trend pada model musiman multiplikatif. Terdapat perbedaan persamaan untuk inisial indeks musiman, yaitu:

$$\begin{aligned} S_1 &= Y_1 - L_s, \\ S_2 &= Y_2 - L_s, \\ &\vdots \\ S_s &= Y_s - L_s \end{aligned} \quad (2.12)$$

### 3.3. Identifikasi Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winters Model Musiman Multiplikatif dan Musiman Aditif

Untuk mendeteksi adanya model pemulusan eksponensial Holt-Winters musiman multiplikatif pada data, dapat dilihat melalui:

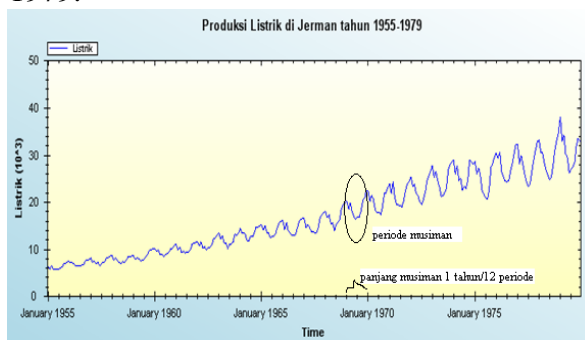
1. Plot data yang menunjukkan adanya kenaikan/trend dalam data yakni sebaran data yang tidak berada disekitar nilai rata-ratanya, serta terdapat faktor musiman yaitu berupa fluktuasi berulang yang sama untuk selang waktu periode tertentu. Fluktuasi berulang ini akan semakin membesar seiring dengan bertambahnya waktu pengamatan (contoh pola data seperti pada gambar 1.c). Hal seperti ini menunjukkan bahwa data tersebut merupakan salah satu jenis data yang tidak stasioner baik dalam rata-rata maupun ragam.
2. Plot autokorelasi yang memperlihatkan pola yang turun secara perlahan, dengan nilai autokorelasi yang tidak hanya signifikan pada *lag* pertama dan kedua, tetapi juga pada beberapa selisih waktu berikutnya serta akan membentuk pola plot autokorelasi yang cenderung menurun bergelombang.

Untuk mendeteksi adanya model pemulusan eksponensial Holt-Winters musiman aditif pada data, dapat dilihat melalui:

1. Plot data yang menunjukkan adanya kenaikan/trend dalam data yang nampak dari sebaran data trend yang tidak datar (tidak sejajar sumbu waktu), serta terdapat faktor musiman yaitu berupa fluktuasi yang berulang yang sama secara periodik pada selang waktu tertentu. Fluktuasi berulang ini akan cenderung konstan/stabil seiring dengan bertambahnya waktu pengamatan (contoh pola data seperti pada gambar 1.b). Plot data yang seperti ini menunjukkan bahwa data tersebut merupakan salah satu jenis data yang tidak stasioner dalam rata-rata.
2. Plot autokorelasi yang menunjukkan bahwa data tidak stasioner dengan plot autokorelasi yang juga memperlihatkan pola yang turun perlahan, dengan nilai autokorelasi yang tidak hanya signifikan pada *lag* pertama dan kedua, tetapi juga pada beberapa *lag* selanjutnya dan akan membentuk pola plot autokorelasi yang cenderung menurun secara teratur.

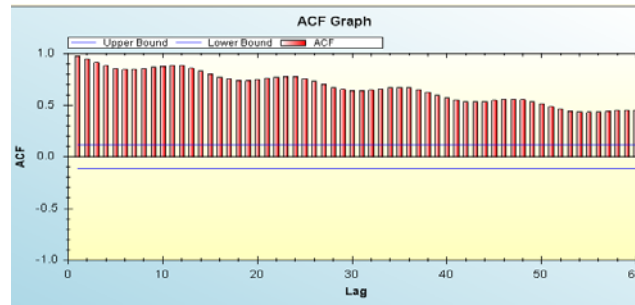
### 3.4 Aplikasi Sistem Kerja Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winters Aplikasi Model Musiman Multiplikatif

Penerapan metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif pada data total pengeluaran produksi listrik di Jerman (sumber data: *A First Course on Time Series Analysis*) dimulai pada Januari 1955 sampai dengan Desember 1979.



Gambar 2. Plot data deret waktu dari produksi listrik

Berikut merupakan gambar plot fungsi autokorelasi untuk data total pengeluaran produksi listrik di Jerman.



Gambar 3. Plot fungsi autokorelasi dari data produksi listrik

Melacak nilai konstanta pemulusan  $\alpha$ ,  $\beta$ , dan  $\gamma$  yang optimum berdasarkan ukuran uji MSE dan MAPE terkecil dengan menggunakan bantuan perhitungan komputerisasi pada metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif untuk data total pengeluaran produksi listrik di Jerman, diperoleh nilai konstanta pemulusan terbaik yaitu dengan nilai  $\alpha = 0,712$ ,  $\beta = 0$  dan  $\gamma = 0$ .

Persamaan peramalan untuk  $m$  periode kedepan dengan menggunakan data pengamatan terakhir, yakni pengamatan periode ke-300 adalah:

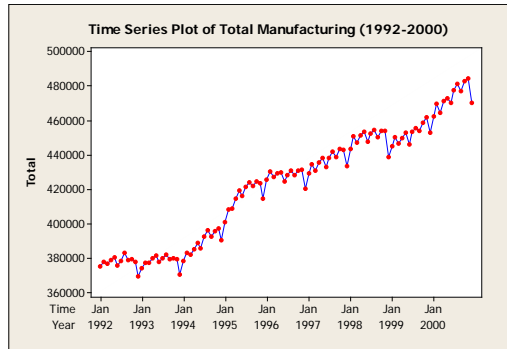
$$\begin{aligned}
 F_{300+m} &= [L_{300} + b_{300}(m)]S_{288+m} \\
 &= [28542,321 + 58,924(m)] S_{288+m}
 \end{aligned}$$

Tabel 2. Nilai peramalan data produksi listrik untuk 12 periode mendatang

Periode ( $t$ )	Bulan /Tahun	Ramalan	Perkiraan Produksi Listrik (dalam Jutaan Kilowatt/jam)
301	Januari 1980	29030,263	29.030
302	Februari 1980	26596,637	26.597
303	Maret 1980	29437,070	29.437
304	April 1980	26331,885	26.332
305	Mei 1980	26558,822	26.559
306	Juni 1980	25861,799	25.862
307	Juli 1980	26783,180	26.783
308	Agustus 1980	28056,260	28.056
309	September 1980	29247,073	29.247
310	Oktober 1980	32161,243	32.161
311	Nopember 1980	32926,867	32.927
312	Desember 1980	34251,058	34.251

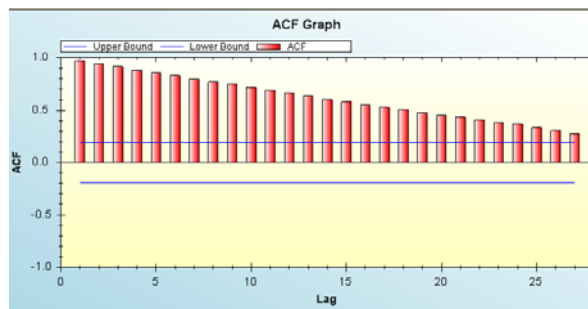
### 3.5. Aplikasi Model Musiman Aditif

Penerapan metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif pada data total produk makanan, nilai pengiriman antara Januari 1992 sampai dengan Desember 2000 (sumber data: *Economic Time Series Page*), dengan jumlah 108 pengamatan.



Gambar 4. Plot data deret waktu dari produk makanan

Berikut merupakan gambar plot fungsi autokorelasi untuk data total produk makanan, nilai pengiriman dimulai Januari 1992 sampai dengan Desember 2000.



Gambar 5. Plot fungsi autokorelasi dari data produk makanan

Dengan menggunakan bantuan perhitungan komputerisasi pada metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif untuk data total produk makanan diperoleh nilai konstanta pemulusan  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0,291$  dan  $\gamma = 0$  sebagai nilai konstanta pemulusan terbaik. Kemudian persamaan peramalan untuk  $m$  periode kedepan dengan menggunakan data pengamatan terakhir, yakni pengamatan periode ke-108 adalah:

$$F_{108+m} = L_{108} + b_{108}(m) + S_{96+m}$$

$$= 479919,836 + 594,582(m) + S_{96+m}$$

Tabel 4. Nilai peramalan data total produk makanan untuk 12 periode kedepan

Periode ( $t$ )	Bulan /Tahun	Ramalan	Perkiraan Total Produk Makanan (dalam Jutaan Dollar)
109	Januari 2001	477950,501	477.951
110	Februari 2001	481302,083	481.302
111	Maret 2001	480973,665	480.974
112	April 2001	483392,247	483.392
113	Mei 2001	485464,830	485.465
114	Juni 2001	481467,412	481.467
115	Juli 1980	485028,994	485.029
116	Agustus 2001	490066,576	490.067
117	September 2001	486637,159	486.637
118	Oktober 2001	487808,741	487.809
119	Nopember 2001	488865,911	488.866
120	Desember 2001	478305,563	478.306

#### 4. KESIMPULAN

Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif digunakan pada suatu data yang menunjukkan adanya kenaikan/trend serta fluktuasi musiman yang semakin membesar seiring bertambahnya periode waktu pengamatan. Pola data ini menunjukkan ketidakstasioneran baik pada *mean*/rata-rata dan *varians*/ragam. Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif digunakan untuk suatu data yang menunjukkan adanya kenaikan/trend serta fluktuasi musiman yang relatif konstan seiring bertambahnya periode waktu pengamatan. Pola data ini menunjukkan ketidakstasioneran pada *mean*/rata-rata. Metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman multiplikatif diterapkan pada data total pengeluaran produksi listrik di Jerman, dan diperoleh nilai konstanta pemulusan terbaik yaitu  $\alpha = 0,712$ ,  $\beta = 0$  dan  $\gamma = 0$ . Sedangkan metode pemulusan eksponensial Holt-Winters model musiman aditif diterapkan pada data total produk makanan diperoleh nilai konstanta pemulusan  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 0,291$  dan  $\gamma = 0$  sebagai nilai konstanta pemulusan terbaik.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- [1].---, *Series Title: Manufacturing: Total Manufacturing: Total Inventories: Millions of Dollars: NSA, between 1992 and 2000.* <http://www.economagic.com/em-cgi/data.exe/cenm3/u11svs>  
Diakses tanggal 22 Mei 2010.
- [2].---, *The Total Annual Output of Electricity Production in Germany between 1955 and 1979 in Millions of Kilowatt-Hours.* <http://statistik.mathematik.uni-wuerzburg.de/timeseries/data/rawdata/electric.txt>  
Diakses tanggal 3 Mei 2010.
- [3].Makridakis, S., S.C. Wheelwright, & R.J. Hyndman. 1998. *Forecasting Methods and Application Third Edition.* John Wiley & Sons Inc. New York.
- [4].Makridakis, S., S.C. Wheelwright, & V.E. McGee,. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1.* Alih Bahasa: Untung Sus Andriyanto, Abdul Basith. Erlangga. Jakarta.
- [5].Mulyana. 2004. *Buku Ajar Analisis Data Deret Waktu.* Universitas Padjadjaran Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Statistika. Bandung.