
PEMODELAN KREDIBILITAS BÜHLMANN-STRAUB UNTUK DATA FREKUENSI KLAIM BERDISTRIBUSI POISSON-SUJATHA

Evania Putri^{1*}, Aceng Komarudin Mutaqin²

¹ Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam

**Corresponding Author:* evaniaputriiii@gmail.com

Abstract

Motor vehicle insurance provides compensation for damage or loss incurred by motor vehicles. In determining credibility values, claim frequency data is required. Sometimes, this claim frequency data contains overdispersion issues, necessitating alternative methods for modeling claim frequency using a mixture distribution. The mixture distribution used in this research is the Poisson-Sujatha mixture distribution. The credibility method employed is an advancement of the Bühlmann method, known as the Bühlmann-Straub credibility method. The Bühlmann-Straub credibility model has been successfully applied in various insurance contexts, previously used in modeling with the Negative Binomial-Lindley distribution in 2023, yielding significant results. Before applying the credibility model, the parameters of the Poisson-Sujatha distribution are estimated using the maximum likelihood estimation method. The goodness-of-fit test used in this research is the chi-squared goodness-of-fit test. The research data consists of secondary claim frequency data for motor vehicle insurance recorded by PT. X in Category 1 (passenger transport with coverage values between Rp 0 to Rp 125,000,000) in Region 2 (DKI Jakarta, West Java, and Banten) for 2018 and 2019. Based on the application of this claim frequency data, the Bühlmann-Straub credibility factor is close to 1, indicating that the processed data has a significant impact on estimating the average future claim frequency. The estimated average motor insurance claim frequency for Indonesia, Category 1, Region 2, in 2020 is 0.0041, meaning that if there are 10,000 insurance policyholders in 2020, approximately 41 partial loss claims are expected.

Keywords: Insurance, Motor vehicle insurance, Credibility model, Bühlmann-Straub, Poisson-Sujatha distribution, Claim frequency.

1. PENDAHULUAN

Asuransi adalah suatu kesepakatan antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis. Kesepakatan ini menjadi dasar bagi perusahaan asuransi untuk menerima premi sebagai imbalan atas pemberian kompensasi kepada tertanggung atau pemegang polis. Kompensasi ini mencakup kerugian, kerusakan, biaya yang timbul, kehilangan keuntungan, atau tanggung jawab hukum terhadap pihak ketiga yang mungkin dialami oleh tertanggung atau pemegang polis akibat peristiwa yang tidak pasti.

Pada dunia asuransi, terdapat berbagai jenis asuransi yang dirancang untuk melindungi individu, perusahaan, atau entitas lainnya dari risiko finansial yang mungkin timbul akibat kejadian yang tidak terduga. Salah satu tipe asuransi yang memiliki peran penting dalam menyediakan perlindungan finansial adalah asuransi kendaraan bermotor. Berdasarkan data dari Gabungan Industri Kesadaran Bermotor

Indonesia (Gaikindo) pada tahun 2019, Indonesia menduduki peringkat pertama pada penjualan kendaraan bermotor di Asia Tenggara dengan penjualan mencapai 1.030.126 unit kendaraan. Oleh karena itu, diperlukan asuransi kendaraan bermotor yang memiliki peran penting dalam melindungi pemilik kendaraan dari risiko kecelakaan dan kerugian finansial yang mungkin terjadi. Di Indonesia, pertumbuhan industri asuransi kendaraan bermotor telah mengalami peningkatan yang signifikan seiring dengan pertumbuhan jumlah kendaraan bermotor dan kesadaran masyarakat akan pentingnya perlindungan asuransi [1].

Seiring dengan pertumbuhan industri asuransi kendaraan bermotor muncul berbagai tantangan dan kompleksitas yang perlu dihadapi oleh perusahaan asuransi. Tantangan tersebut antara lain adalah penilaian risiko yang akurat, penetapan premi yang adil, pengelolaan cadangan klaim yang efisien, dan penanganan klaim yang cepat dan tepat. Untuk mengatasi tantangan tersebut, diperlukan pemahaman yang mendalam tentang karakteristik risiko asuransi kendaraan bermotor, serta penerapan metode dan teknik yang tepat dalam manajemen risiko dan penetapan tarif premi. Didalamnya diperlukan teori kredibilitas, untuk pemodelan yang akurat terhadap frekuensi klaim dan besar klaim yang akan terjadi. Dean [4] menyebutkan bahwa terdapat dua model dalam pendekatan kredibilitas keakuratan terbaik, yaitu model Bühlmann dan model Bühlmann-Straub.

Maulidi, et. al. [5] menyebutkan bahwa model klasik Model klasik Bühlmann merupakan model yang paling sederhana untuk menentukan premi karena hanya memerlukan data besar klaim dari beberapa tahun sebelumnya. Sementara itu, model Bühlmann-Straub adalah pengembangan dari model Bühlmann, yang memperhitungkan variasi kerugian per-objek setiap tahun dan memungkinkan jumlah individu dalam setiap kelompok premi bervariasi di setiap periode. Hal yang menjadi pembeda antara kedua kredibilitas ini adalah pada model klasik Bühlmann jumlah pemegang polisnya tetap, sedangkan pada model Bühlmann-Straub jumlah pemegang polisnya berbeda antar periode.

Penelitian mengenai kredibilitas Bühlmann dan Bühlmann-Straub telah banyak dilakukan. Salah satunya adalah penelitian oleh Susanti, et. al. [9] yang membahas perhitungan premi menggunakan model kredibilitas Bühlmann-Straub secara nonparametrik. Selain itu, Maulidi, et. al. [5] juga melakukan penelitian tentang model kredibilitas Bühlmann-Straub untuk frekuensi klaim yang berdistribusi Binomial Negatif-Lindley Mereka menyimpulkan bahwa distribusi Binomial Negatif-Lindley cocok untuk diaplikasikan pada data frekuensi klaim asuransi yang memiliki overdispersi tinggi.

Dalam penelitian ini, penulis akan meneliti lebih dalam mengenai pemodelan kredibilitas Bühlmann-Straub terhadap data klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia menggunakan asumsi distribusi campuran, yakni Poisson-Sujatha. Penggunaan distribusi Poisson-Sujatha didasarkan pada hasil analisis penelitian sebelumnya yang dilakukan Alam [2] yang melakukan penelitian mengenai penerapan model distribusi Poisson-Sujatha untuk memahami pola frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia. Pada hasil penelitiannya, menunjukkan bahwa penerapan distribusi Poisson-Sujatha cocok untuk pemodelan data frekuensi klaim asuransi bermotor di Indonesia karena mampu menangkap variasi risiko antar individu (heterogenitas) dan mengakomodasi overdispersion yang kerap muncul

pada data klaim. Hal ini terbukti dari penelitian sebelumnya yang menunjukkan tingkat kecocokan (goodness-of-fit) yang lebih baik dibanding model Poisson konvensional. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dilakukan penelitian lebih lanjut, yakni pemodelan kredibilitas Bühlmann-Straub yang berdistribusi Poisson-Sujatha pada data klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Distribusi Poisson

Distribusi Poisson digunakan untuk menentukan peluang suatu kejadian dalam waktu dan tempat tertentu yang diharapkan bahwa kejadiannya sangat jarang. Distribusi peluang peubah acak Poisson X yaitu [7].:

$$P(X = x|\lambda) = p_x = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0 \quad (1)$$

Pada distribusi Poisson dapat ditentukan nilai mean dan variansnya

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} = \lambda \quad (2)$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda \quad (3)$$

Berdasarkan Persamaan (1) dapat dirumuskan taksiran parameter distribusi Poisson dengan menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum. Fungsi likelihoodnya adalah:

$$\begin{aligned} L(\lambda) &= \prod_{i=1}^n P(X = x_i|\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_i}}{x_i!} \\ l(\lambda) &= \ln L(\lambda) = -n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln(\lambda) - \sum_{i=1}^n x_i \ln(x_i!) \end{aligned} \quad (4)$$

Didapatkan taksiran untuk parameter λ dari distribusi Poisson adalah rata-rata sampelnya:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

2.2. Distribusi Sujatha

Shanker memperkenalkan distribusi kontinu baru yang disebut dengan Distribusi Sujatha dengan fungsi densitas peluang dari distribusi Sujatha sebagai berikut [5]:

$$f(x; \theta) = \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} (1 + x + x^2) e^{-\theta x}; x > 0, \theta > 0 \quad (6)$$

Fungsi distribusi kumulatif, ekspektasi dan varians dari distribusi Sujatha berdasarkan Persamaan (6) diperoleh sebagai berikut

$$F(x, \theta) = 1 - \left[1 + \frac{\theta x(\theta x + \theta + 2)}{\theta^2 + \theta + 2} \right] e^{-\theta x}; x > 0, \theta > 0 \quad (7)$$

$$E(X) = \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)} \quad (8)$$

$$Var(X) = \frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}{\theta^2(\theta^2 + \theta + 2)^2} \quad (9)$$

2.3. Distribusi Poisson-Sujatha

Fungsi massa peluang marginal peubah acak X distribusi Poisson-Sujatha adalah:

$$\begin{aligned}
P(X = x) &= \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \cdot \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} (1 + \lambda + \lambda^2) e^{-\theta \lambda} d\lambda \\
&= \frac{\theta^3}{(\theta^2 + \theta + 2)x!} \int_0^\infty \lambda^x (1 + \lambda + \lambda^2) e^{-(\theta+1)\lambda} d\lambda \\
&= \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} \cdot \frac{x^2 + (\theta+4)x + (\theta^2 + 3\theta + 4)}{(\theta+1)^{x+3}} ; x = 0, 1, 2, \dots, \theta > 0
\end{aligned} \tag{10}$$

Berdasarkan fungsi massa peluang pada Persamaan (10) maka didapat ekspektasi dan varians dari distribusi Poisson-Sujatha adalah:

$$E(X) = \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)} \tag{11}$$

$$Var(X) = \frac{\theta^5 + 4\theta^4 + 28\theta^2 + 24\theta + 12}{\theta^2(\theta^2 + \theta + 2)^2} \tag{12}$$

2.4. Penaksiran Parameter Distribusi Poisson-Sujatha

Dilakukan penaksiran parameter distribusi Poisson-Sujatha menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum. Misalkan $[X_1, X_2, \dots, X_n]$ adalah sebuah sampel acak berukuran n , dengan nilai-nilai dari sampel acak tersebut adalah $[x_1, x_2, \dots, x_n]$. Fungsi *likelihood* dari distribusi Poisson-Sujatha dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L(\theta) &= \prod_{i=1}^n P(x_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} \cdot \frac{x_i^2 + (\theta+4)x_i + (\theta^2 + 3\theta + 4)}{(\theta+1)^{x_i+3}} \right\}
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
l(\alpha) &= \ln L(\alpha) \\
&= \sum_{i=1}^n \{ 3 \ln \theta - \ln(\theta^2 + \theta + 2) + \ln[x_i^2 + (\theta+4)x_i + (\theta^2 + 3\theta + 4)] - (x_i + 3) \ln(\theta + 1) \} \\
&= 3n \ln \theta - n \ln(\theta^2 + \theta + 2) + \sum_{i=1}^n \ln[x_i^2 + (\theta+4)x_i + (\theta^2 + 3\theta + 4)] - \ln(\theta + 1) \sum_{i=1}^n (x_i + 3)
\end{aligned}$$

Pada metode kemungkinan maksimum tidak diperoleh solusi analitik untuk menaksir parameter θ dari distribusi campuran Poisson-Sujatha. Solusi lain dapat menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Metode Newton-Raphson merupakan salah satu teknik pencarian akar persamaan nonlinier yang memanfaatkan pendekatan deret Taylor orde pertama. Dalam konteks penaksiran parameter, metode ini dilakukan dengan memilih nilai awal parameter (initial value) yang cukup mendekati nilai sebenarnya, kemudian diperbarui secara iteratif menggunakan turunan pertama (fungsi gradien) hingga mencapai konvergensi. Untuk menjalankan persamaan iterasi diperlukan nilai awal dengan menggunakan nilai taksiran parameter α yang diperoleh berikut:

$$\begin{aligned}
E(X) &= \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)} = \bar{x} \\
\bar{x}\theta^3 + (\bar{x} - 1)\theta^2 + 2(\bar{x} - 1)\theta - 6 &= 0
\end{aligned} \tag{14}$$

Persamaan tersebut dapat diselesaikan dalam persamaan kubik menggunakan bantuan *software* Geogebra.

2.5. Uji Kecocokan Chi-Kuadrat

Uji kecocokan distribusi adalah metode uji hipotesis statistik yang bertujuan untuk menentukan apakah $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan realisasi dari sampel acak $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang diambil dari suatu distribusi dengan fungsi distribusi tertentu $F(\cdot)$. Hipotesis dari uji kecocokan distribusi tersebut adalah:

$H_0 : x_1, x_2, \dots, x_n$; nilai dari sampel acak berasal dari populasi yang mengikuti distribusi tertentu dengan fungsi distribusi $F(\cdot)$.

$H_1 : x_1, x_2, \dots, x_n$; nilai dari sampel acak bukan berasal dari populasi yang mengikuti distribusi tertentu dengan fungsi distribusi $F(\cdot)$.

Rumus uji chi-kuadrat untuk data diskrit adalah sebagai berikut:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (15)$$

Nilai E_i dapat diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$E_i = np_x ; x = 0, 1, 2, \dots; i = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

Dengan taraf nyata α , kriteria pengujiannya yaitu tolak H_0 jika $\chi^2 \geq \chi^2_{(k-r-1)(1-\alpha)}$.

2.6. Kredibilitas Bühlmann-Straub

Model kredibilitas adalah sebuah metode statistik yang dikembangkan pada awal abad kedua puluh untuk membantu memperbarui prediksi kerugian asuransi berdasarkan data klaim asuransi [8]. Beberapa komponen utama yang diperlukan dalam model kredibilitas Bühlmann-Straub dijelaskan sebagai berikut.

Pertama, terdapat *hypothetical mean* atau premi individu, yang dilambangkan sebagai $\mu(\lambda)$. Nilai $\mu(\lambda)$ merepresentasikan rata-rata klaim yang diharapkan untuk seorang individu dengan parameter risiko tertentu (λ), sedangkan nilai harapan dari *hypothetical mean*, yaitu μ , merupakan rata-rata $\mu(\lambda)$ di seluruh portofolio. Nilai μ ini digunakan sebagai referensi rata-rata umum ketika data individu tidak cukup kredibel.

$$\begin{aligned} \mu(\lambda) &= E(X_i | \Lambda), \\ E(X_i) &= E[E(X_i | \Lambda)] = E(\mu(\lambda)) = \mu \end{aligned} \quad (17)$$

Kedua, diperhitungkan nilai harapan dari variance process (v) serta varians dari *hypothetical mean* (a). Nilai v dihitung sebagai $E[\text{Var}(X | \lambda)]$, yang menunjukkan rata-rata variasi klaim dalam individu dengan risiko tertentu. Sementara itu, varians dari *hypothetical mean* dihitung sebagai $a = \text{Var}(\mu(\lambda))$, yang mencerminkan variasi rata-rata klaim antar individu. Kombinasi kedua komponen ini membantu menggambarkan ketidakpastian internal klaim individu serta heterogenitas risiko antar pemegang polis.

$$\begin{aligned} \text{var}(X_i) &= \text{var}(\mu(\Lambda)) + E \left[\frac{\text{var}(\Lambda)}{m_i} \right] = \frac{v}{m_i} + a, \\ v &= E(\text{Var}((X_i | \Lambda))) \\ a &= \text{var}(\mu(\lambda)) \end{aligned} \quad (18)$$

Selanjutnya, koefisien kredibilitas Bühlmann-Straub (k) dihitung sebagai $k = v / a$. Koefisien ini merepresentasikan perbandingan antara variasi internal klaim dengan variasi antar individu, sehingga memberikan dasar untuk menentukan seberapa besar bobot yang harus diberikan pada data klaim individu.

$$k = v/a \quad (19)$$

Selain itu, nilai m , yang menyatakan banyaknya pemegang polis atau ukuran eksposur total individu selama semua periode, juga perlu diperhitungkan. Nilai ini menjadi faktor penting dalam menilai seberapa kuat data historis individu untuk memprediksi klaim di masa depan.

$$m = \sum_{i=1}^r m_i \quad (20)$$

Dari nilai m dan k , kemudian dihitung faktor kredibilitas Bühlmann-Straub, Z , dengan rumus $Z = m / (m + k)$. Nilai Z menentukan seberapa besar bobot data klaim individu dalam perhitungan premi. Apabila nilai Z mendekati 1, artinya data klaim individu sangat dipercaya; sebaliknya, jika mendekati 0, maka rata-rata portofolio μ menjadi lebih dominan.

$$Z = \frac{m}{m+k} \quad (21)$$

Nilai rata-rata klaim data amatan individu, yang dilambangkan sebagai $\bar{X}$, diperoleh dari klaim historis (persamaan 22). Nilai $\bar{X}$ digunakan sebagai indikator pengalaman klaim aktual masing-masing individu.

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \bar{X}_i}{m} \quad (22)$$

Akhirnya, model kredibilitas Bühlmann-Straub dirumuskan sebagai

$$C = ZX + (1 - Z)\mu \quad (23)$$

Formula ini mengombinasikan rata-rata klaim individu dengan rata-rata portofolio, sehingga premi akhir yang ditetapkan menjadi lebih adil dan sesuai dengan tingkat risiko masing-masing pemegang polis. Dengan pendekatan ini, perusahaan asuransi dapat mengurangi risiko anti-seleksi dan mendorong perilaku yang lebih baik dari para tertanggung.

2.7. Penaksiran Kredibilitas Bühlmann-Straub menggunakan Distribusi Poisson-Sujatha

1. *Hypothetical mean* dan nilai harapannya untuk distribusi Poisson-Sujatha. Karena $X|\Lambda$ berdistribusi Poisson (λ), formula hypothetical mean menggunakan distribusi Poisson-Sujatha dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\mu(\lambda) = E(X_i|\Lambda) = \lambda \quad (24)$$

Karena Λ berdistribusi Sujatha (θ) maka nilai harapan dari hypothetical mean (μ) dapat ditentukan dengan menggunakan nilai ekspektasi dari distribusi Sujatha sesuai Persamaan (11).

2. Varians dari *hypothetical mean* untuk distribusi Poisson-Sujatha

Karena Λ berdistribusi Sujatha (θ) maka rumus varians dari *hypothetical mean* berdasarkan Persamaan (18) dapat ditentukan dengan menggunakan varians dari distribusi Sujatha menurut Persamaan (12) maka diperoleh:

$$a = \text{var}(\mu(\theta)) = \frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}{\theta^2(\theta^2 + \theta + 2)^2} \quad (25)$$

3. *Variance process* dan nilai harapannya untuk distribusi Poisson-Sujatha
Variance process dan harapannya menggunakan distribusi Poisson-Sujatha dapat ditentukan dengan menggunakan Persamaan (18), karena Λ berdistribusi Sujatha (θ), maka dapat ditentukan dengan menggunakan nilai ekspektasi dari distribusi Sujatha sesuai Persamaan (11)

$$v = E(\text{Var}((X_i | \Lambda))) = \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)} \quad (26)$$

4. Koefisien kredibilitas Bühlmann-Straub untuk distribusi Poisson-Sujatha

$$k = \frac{v}{a} = \frac{\frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)}}{\frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}{\theta^2(\theta^2 + \theta + 2)^2}} = \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12} \quad (27)$$

5. Faktor kredibilitas Bühlmann-Straub untuk distribusi Poisson-Sujatha

$$Z = \frac{m}{m+k} = \frac{m}{m + \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}} \quad (28)$$

6. Taksiran rata-rata frekuensi klaim model kredibilitas Bühlmann-Straub untuk distribusi Poisson-Sujatha

$$C = \frac{m}{m + \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{m_i \bar{X}_i}{m} + \left(1 - \frac{m}{m + \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}}\right) \mu \quad (29)$$

3. METODE PENELITIAN

Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian saat ini adalah data sekunder bersumber dari hasil pencatatan yang didapatkan dari PT. X pada tahun 2018 dan tahun 2019. Data tersebut terdiri dari data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor untuk jaminan *Partial Loss* pertanggungan *comprehensive* tahun 2018 dan tahun 2019 untuk kategori 1 (angkutan penumpang yang harga pertanggungannya 0 s.d. Rp. 125.000.000) wilayah 2 (DKI Jakarta, Jawa Barat, dan Banten). Pada Tabel 3.1 disajikan data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor untuk kategori 1 pada wilayah 2 tahun 2018 dan tahun 2019 di Indonesia.

Tabel 3.1. Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 1 Wilayah 2 Tahun 2018 dan Tahun 2019 di Indonesia

Tahun 2018	
Frekuensi Klaim	Jumlah Polis
0	10.240
1	33
2	1
Jumlah	10.274
Tahun 2019	

Frekuensi Klaim	Jumlah Polis
0	10.862
1	51
2	1
Jumlah	10.914

Menghitung Rata-Rata dan Varians

Menghitung rata-rata dan varians sampel untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor Partial Loss pada PT. X di tahun 2018 dan tahun 2019 untuk melihat apakah ada data yang mengalami overdispersi atau tidak. Jika data tersebut menunjukkan adanya overdispersi, penelitian bisa dilanjutkan ke tahap selanjutnya. Jika tidak, dicari data frekuensi klaim yang baru.

Menaksir Parameter Distribusi Poisson-Sujatha

1. Menentukan nilai awal untuk memulai proses iterasi. Nilai awalnya diambil dari estimasi parameter θ menggunakan metode momen dengan menggunakan perangkat lunak Geogebra.
2. Melakukan estimasi parameter distribusi campuran Poisson-Sujatha menggunakan metode maximum likelihood melalui fungsi log-likelihood menggunakan perangkat lunak RStudio.

Menguji Kecocokan Distribusi Poisson-Sujatha

1. Menaksir parameter distribusi Poisson-Sujatha dengan menggunakan metode maximum likelihood ditentukannya nilai awal θ dimana perhitungan estimasi parameter θ menggunakan metode momen untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor PT. X pada tahun 2018 dan tahun 2019 untuk kategori 1 wilayah 2.
2. Merumuskan hipotesis dari pengujian kecocokan untuk distribusi Poisson-Sujatha

H0: Data frekuensi klaim pemegang polis berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson-Sujatha.

H1: Data frekuensi klaim pemegang polis bukan berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson-Sujatha.
3. Menghitung taksiran peluang untuk setiap frekuensi klaim.
4. Menghitung nilai harapan untuk setiap kategori frekuensi klaim.
5. Menghitung nilai statistik uji chi-kuadrat.
6. Memutuskan apakah hipotesis H_0 diterima atau ditolak dengan membandingkan nilai statistik uji chi-kuadrat dengan nilai kritisnya.

Menghitung Komponen Kredibilitas Bühlmann-Straub menggunakan Poisson-Sujatha

1. Merumuskan Persamaan *hypothetical mean* $\mu(\lambda)$ menggunakan distribusi Poisson- Sujatha
2. Menghitung nilai harapan dari *variance process* (v) dan varians dari *hypothetical mean* (a)
3. Menghitung koefisien kredibilitas Bühlmann-Straub
4. Menghitung faktor kredibilitas Bühlmann-Straub
5. Menghitung model kredibilitas Bühlmann-Straub

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bahan yang digunakan dalam penelitian saat ini adalah data sekunder bersumber dari hasil pencatatan yang didapatkan dari PT. X pada tahun 2018 dan tahun 2019. Data tersebut terdiri dari data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor untuk jaminan *Partial Loss* pertanggungan *comprehensive* tahun 2018 dan tahun 2019 untuk kategori 1 (angkutan penumpang yang harga pertanggungannya 0 s.d. Rp. 125.000.000) wilayah 2 (DKI Jakarta, Jawa Barat, dan Banten). Pada Tabel 1 disajikan data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor untuk kategori 1 pada wilayah 2 tahun 2018 dan tahun 2019 di Indonesia.

Tabel 4.1. Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 1 Wilayah 2 Tahun 2018 dan Tahun 2019 di Indonesia

Tahun 2018	
Frekuensi Klaim	Jumlah Polis
0	10.240
1	33
2	1
Jumlah	10.274
Tahun 2019	
Frekuensi Klaim	Jumlah Polis
0	10.862
1	51
2	1
Jumlah	10.914

Pada Tabel 4.1. dapat diketahui bahwa pada tahun 2019 dari total 10.914 polis yang ada, sebanyak 10.862 polis yang tidak melakukan klaim dalam satu periode asuransi (1 tahun), 51 polis yang melakukan klaim 1 kali dalam satu periode asuransi (1 tahun), 1 polis yang melakukan klaim 2 kali dalam satu periode asuransi (1 tahun).

Perhitungan Rata-Rata dan Varians Frekuensi Klaim

Tabel 4.2. Nilai rata-rata dan varians dari table 4.1.

Wilayah	Rata-Rata	Varians	Keterangan
2018	0,00340	0,00359	Overdispersi

2019	0,00485	0,00501	Overdispersi
------	---------	---------	--------------

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh bahwa data tahun 2018 dan tahun 2019 memiliki nilai varians melebihi nilai rata-ratanya, yang artinya kedua data tersebut diduga mengalami overdispersi, maka penelitian dapat dilanjutkan ke tahap selanjutnya. Salah satu distribusi yang dapat digunakan untuk data yang mengalami overdispersi adalah Poisson-Sujatha.

Penaksiran Parameter Distribusi Poisson-Sujatha

Metode iterasi Newton-Raphson digunakan untuk memperoleh taksiran parameter dari distribusi Poisson-Sujatha. Dalam menghitung iterasi diperlukan nilai awal terlebih dahulu yang diperoleh menggunakan metode momen pada Persamaan (14) dengan bantuan *software* Geogebra.

Tabel 4.3. Nilai awal parameter untuk setiap tahun

Tahun	Nilai Awal θ
2018	295,12
2019	207,19

Nilai awal tersebut akan digunakan dalam perhitungan metode iterasi Newton Raphson dengan bantuan *software* Geogebra.

Tabel 4.4. Hasil Iterasi Newton-Raphson untuk setiap tahun

Tahun	Nilai Taksiran θ	Jumlah Iterasi
2018	294,05	2
2019	206,84	2

Berdasarkan Tabel 4, tercatat bahwa jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk menaksir parameter distribusi campuran Poisson-Sujatha relatif sedikit. Proses estimasi ini diterapkan pada data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor dengan jaminan Partial Loss dan cakupan comprehensive. Data yang digunakan berasal dari PT. X untuk kategori 1 wilayah 2, selama periode tahun 2018 hingga tahun 2019. Secara keseluruhan, jumlah iterasi yang diperlukan tercatat kurang dari 10 kali.

Uji Kecocokan Distribusi Poisson-Sujatha

Pengujian kecocokan distribusi campuran Poisson-Sujatha pada data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor yang mencakup jaminan Partial Loss dengan pertanggungan comprehensive di PT. X untuk kategori 1 wilayah 2 tahun 2018 dan tahun 2019 dilakukan menggunakan uji chi-kuadrat. Hipotesis yang digunakan dalam uji chi-kuadrat ini adalah sebagai berikut:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor untuk jaminan Partial Loss dengan pertanggungan comprehensive di PT. X kategori 1 wilayah 2 tahun ke- i berasal dari populasi yang berdistribusi campuran Poisson-Sujatha, dimana $i = 2018, 2019$.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor untuk jaminan Partial Loss dengan pertanggungan comprehensive di PT. X kategori 1 wilayah 2 tahun ke- i berasal dari populasi yang tidak berdistribusi campuran Poisson-Sujatha, dimana $i = 2018, 2019$.

Setelah memperoleh nilai taksiran parameter dari distribusi campuran Poisson-Sujatha, kita dapat menghitung nilai taksiran peluang untuk setiap kategori frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor dengan menggunakan Persamaan (10). Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim nol ($x = 0$) di kategori 1 wilayah 2 tahun 2018 adalah:

$$p_0 = \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} \cdot \frac{x^2 + (\theta + 4)x + (\theta^2 + 3\theta + 4)}{(\theta + 1)^{x+3}} = \frac{294,05^3}{294,05^2 + 294,05 + 2} \cdot \frac{0^2 + (294,05 + 4)0 + (294,05^2 + 3(294,05) + 4)}{(294,05 + 1)^{0+3}} = 0,9965$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 1 ($x = 1$) adalah:

$$p_1 = \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} \cdot \frac{x^2 + (\theta + 4)x + (\theta^2 + 3\theta + 4)}{(\theta + 1)^{x+3}} = \frac{294,05^3}{294,05^2 + 294,05 + 2} \cdot \frac{1^2 + (294,05 + 4)1 + (294,05^2 + 3(294,05) + 4)}{(294,05 + 1)^{1+3}} = 0,0033$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim ≥ 2 ($x \geq 2$) adalah:

$$p_{\geq 2} = 1 - (p_0 + p_1) = 115 \times 10^{-7}$$

Setelah mendapat nilai taksiran peluang frekuensi klaim pada setiap tahun, akan dihitung nilai harapan untuk setiap tahun frekuensi klaim. Nilai harapan untuk frekuensi klaim 0 ($x = 0$) yang ada di kategori 1 wilayah 2 tahun 2018 adalah:

$$E_1 = np_0 = 10.274(0.9965) = 10.239$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaim 1 ($x = 1$) yaitu:

$$E_2 = np_1 = 10.274(0.0033) = 34,8216$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaim ≥ 2 ($x \geq 2$) yaitu:

$$E_3 = np_{\geq 2} = 10.274(0.0000115) = 0,1188$$

Tabel 4.5. Nilai statistik uji kecocokan distribusi poisson-Sujatha tahun 2018

Jenis Klaim (i)	Frekuensi Klaim (k)	Jumlah Polis (O _i)	Peluang Frekuensi Klaim (p _x)	Nilai Harapan Frekuensi Klaim (E _i)	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	0	10240	0,99	10239	0,00
2	1	33	0,00	34,82	0,09
3	≥ 2	1	0,00	0,11	6,53
Total		10274	1	10274	6,62

Selanjutnya, kita akan menghitung nilai statistik uji chi-kuadrat. Data yang diperlukan untuk perhitungan ini terdapat dalam kolom (6) Tabel 5, dan total nilai statistik uji chi-kuadrat adalah 6,62. Pada tingkat signifikansi 1%, nilai kuantil dari distribusi Chi-Kuadrat dengan satu derajat bebas, yaitu (3 – 1 – 1), adalah 6,63 [7]. Mengingat nilai statistik uji yang didapat, 6,62 lebih rendah dari nilai kuantil 6,63, hipotesis nol diterima, menunjukkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X untuk kategori 1 wilayah 2 pada tahun 2018 sesuai distribusi campuran Poisson-Sujatha.

Tabel 4.6. Nilai statistik uji kecocokan distribusi poisson-Sujatha tahun 2019

Jenis Klaim	Frekuensi Klaim (k)	Jumlah Polis (O _i)	Peluang Frekuensi	Nilai Harapan Frekuensi	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
-------------	---------------------	--------------------------------	-------------------	-------------------------	-----------------------------

(i)			Klaim (p_x)	Klaim (E_i)	
1	0	10862	0,99	10861	0,00
2	1	51	0,00	52,51	0,04
3	≥ 2	1	0,00	0,25	2,17
Total		10914	1	10914	2,21

Mengingat nilai statistik uji yang didapat, 2,2183 lebih rendah dari nilai kuantil 6,63, hipotesis nol diterima, menunjukkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X untuk kategori 1 wilayah 2 pada tahun 2019 sesuai distribusi campuran Poisson-Sujatha.

Tabel 4.7. Pengujian Kecocokan Chi-Kuadrat Poisson-Sujatha

Tahun	Statistik Uji	Nilai Kritis	Kesimpulan
2018	6,62	6,63	H_0 diterima
2019	2,21	6,63	H_0 diterima

Dapat disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor untuk jaminan Partial Loss dengan pertanggungan comprehensive di PT. X untuk kategori 1 wilayah 2 tahun 2018 dan tahun 2019 berasal dari populasi yang mengikuti distribusi campuran Poisson-Sujatha.

Estimasi Kredibilitas Bühlmann-Straub Distribusi Poisson-Sujatha

Estimasi kredibilitas dengan data frekuensi klaim berdistribusi campuran Poisson-Sujatha digunakan dengan hitungan manual, yang bisa menggunakan *software* Excel. Langkah awal yang harus dilakukan adalah mencari nilai parameter θ dengan meratakan nilai parameter yang ada pada Tabel 7 terlebih dahulu, maka nilai $\theta = 250,445$. Proses estimasi kredibilitas Bühlmann-Straub diawali dengan tentukannya nilai hypothetical mean terlebih dahulu. Nilai taksiran hypothetical mean sebagai berikut:

$$\mu(\lambda) = \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)}$$

$$\hat{\mu} = \frac{250,445^2 + 2(250,445) + 6}{250,445(250,445^2 + 250,445 + 2)} = 0,0040$$

Nilai varians dari *hypothetical mean* (a) dihitung sesuai Persamaan (25) adalah:

$$a = \frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}{\theta^2(\theta^2 + \theta + 2)^2}$$

$$= \frac{250,445^4 + 4(250,445)^3 + 18(250,445)^2 + 12(250,445) + 12}{250,445^2(250,445^2 + 250,445 + 2)^2} = 0,000016$$

Nilai harapan dari *variance process* (v) menggunakan Persamaan (26) yaitu:

$$v = \frac{\theta^2 + 2\theta + 6}{\theta(\theta^2 + \theta + 2)}$$

$$= \frac{250,445^2 + 2(250,445) + 6}{250,445(250,445^2 + 250,445 + 2)} = 0,0040$$

Nilai K koefisien kredibilitas Bühlmann-Straub menggunakan Persamaan (27) yaitu:

$$K = \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12} = \frac{250,445^5 + 3(250,445)^4 + 10(250,445)^3 + 10(250,445)^2 + 12(250,445)}{250,445^4 + 4(250,445)^3 + 18(250,445)^2 + 12(250,445) + 12} = 233,0525$$

Nilai Z faktor kredibilitas Bühlmann dengan menggunakan Persamaan (28) adalah:

$$Z = \frac{m}{m + \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}} = \frac{21188}{21188 + \frac{\theta^5 + 3\theta^4 + 10\theta^3 + 10\theta^2 + 12\theta}{\theta^4 + 4\theta^3 + 18\theta^2 + 12\theta + 12}} = 0,9891$$

Nilai C taksiran frekuensi klaim kredibilitas Bühlmann menggunakan Persamaan (29) untuk data frekuensi klaim pada periode berikutnya adalah:

$$C = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu = 0,9891(0,0041) + (1 - 0,9891)0,0040 = 0,0041$$

Tabel 4.8. menyajikan hasil perhitungan estimasi faktor kredibilitas menggunakan model Bühlmann-Straub. Tabel ini memperlihatkan nilai-nilai perhitungan yang diperoleh untuk masing-masing kelompok data.

Tabel 4.8. Nilai Kredibilitas Bühlmann-Straub

Hypothetical Mean ($\mu(\lambda)$)	Nilai Harapan (a)	Nilai variance process (v)	Nilai koefisien (k)	Faktor kredibilitas (Z)	Taksiran Frekuensi Klaim (C)
0,0040	0,0000	0,0040	233,0525	0,9891	0,0041

Dari hasil yang diperoleh, nilai faktor kredibilitasnya adalah 0,9891 atau 98,91%. Terlihat bahwa nilai faktor kredibilitasnya mendekati 1. Jadi, bobot untuk data masa lalu sangat besar dalam menghitung taksiran rata-rata frekuensi klaim di masa yang akan datang. Taksiran rata-rata frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia kategori 1 wilayah 2 pada tahun 2020 adalah 0,0041. Artinya jika pada tahun 2020 jumlah pemegang polis asuransi kendaraan bermotor di Indonesia kategori 1 wilayah 2 adalah 10.000, maka diperkirakan akan terjadi klaim partial loss sebanyak 41 klaim.

5. KESIMPULAN

1. Model kredibilitas Bühlmann-Straub dengan menggunakan distribusi klaim Poisson-Sujatha sesuai untuk data frekuensi klaim asuransi PT. X kategori 1 wilayah 2 tahun 2018 dan tahun 2019. Dari hasil penelitian, menunjukkan nilai faktor kredibilitas Bühlmann-Straub yang mendekati 1 artinya data yang diolah memberikan pengaruh yang besar pada perkiraan rata-rata frekuensi klaim di masa sekarang.
2. Taksiran rata-rata frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia kategori 1 wilayah 2 pada tahun 2020 adalah 0,0041. Artinya jika pada tahun

2020 jumlah pemegang polis asuransi adalah 10.000, maka diperkirakan akan terjadi klaim partial loss sebanyak 41 klaim.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abdullah, J. (2018). Akad-akad di dalam Asuransi Syariah. TAWAZUN: Journal of Sharia Economic Law, 1(1), 11–23.
- [2] Alam, M., R., N., & Mutaqin, A., K., (2022). Pemodelan Distribusi Poisson-Sujatha Pada Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia. Bandung. Skripsi S1 Program Studi Statistika, Universitas Islam Bandung.
- [3] Dean, C. G. (2006). *Credibility* (Study Note C-21-01). In H. C. Mahler & C. G. Dean (Eds.), *Foundations of Casualty Actuarial Science* (Chapter 8). Society of Actuaries. Retrieved from <https://www.soa.org/globalassets/assets/files/edu/c-21-01.pdf>
- [4] Maulidi, I., Uswah., Oktaviani, R., Misbullah, A., & Apriliani, V. (2023). Model Kredibilitas Bühlmann-Straub untuk Frekuensi Klaim Berdistribusi Binomial Negatif-Lindley. Vol. 20, No. 1, Maret 2023, 69-79. doi: <http://dx.doi.org/10.12962/limits.v20i1.12618>.
- [5] Shanker, R. (2016). Sujatha Distribution and its Applications. Assam University.
- [6] Shanker, R. (2016). The Discrete Poisson-Sujatha Distribution. Department of Statistics, Eritrea Institute of Technology, Asmara, Eritrea.
- [7] Sudjana. (2005). *Metoda Statistika* (Edisi ke-7). Bandung: Tarsito.
- [8] Susanti, D., Mardiana, N., & Sukono. (2020). Calculating Premium Credibility Using the Bühlmann-Straub Model with Nonparametric Assessment. Fakultas Matematika, dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Padjadjaran Bandung.